

第 7 章 ニュートリノ振動：実験

概要

ここでニュートリノの観測がどのように行われるか見てみる。ニュートリノは、

- 弱い相互作用を通じて生成

される。ニュートリノが生成されると常に、電子などを伴い、その性質は、

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \dots 0 \quad \dots -e$$



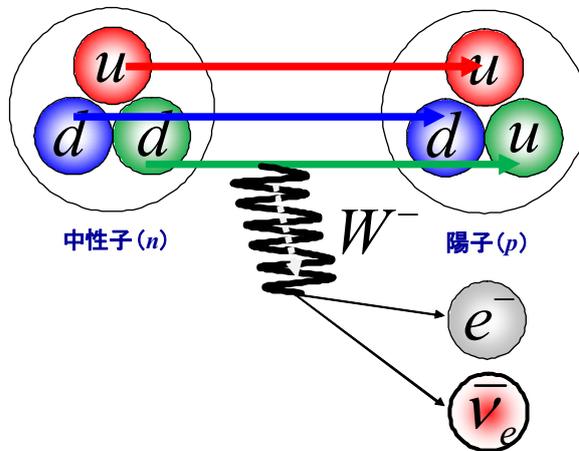
のように、

- 電子などと 2 つで一組になって表記 ($SU(2)$ 群に属すると言われる)

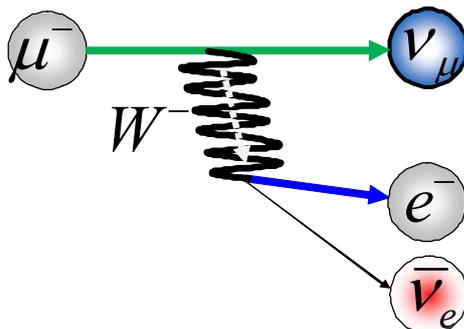
される事で強調されている。そのため、

- 生成されるニュートリノ： $(\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau)$ は、それぞれ、 $(e^- \ \mu^- \ \tau^-)$ を伴って生成される

➤ ν_e 生成 (太陽内部や原子炉内部)： $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$



➤ ν_μ 生成 (地球大気内)： $\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$ (や $\mu^+ \rightarrow \nu_\mu + e^+ + \nu_e$)



になる。ニュートリノが飛行する場合には、ニュートリノは、決まったエネルギーを持ちで

- 量子力学に従う状態として飛行

する。その状態は

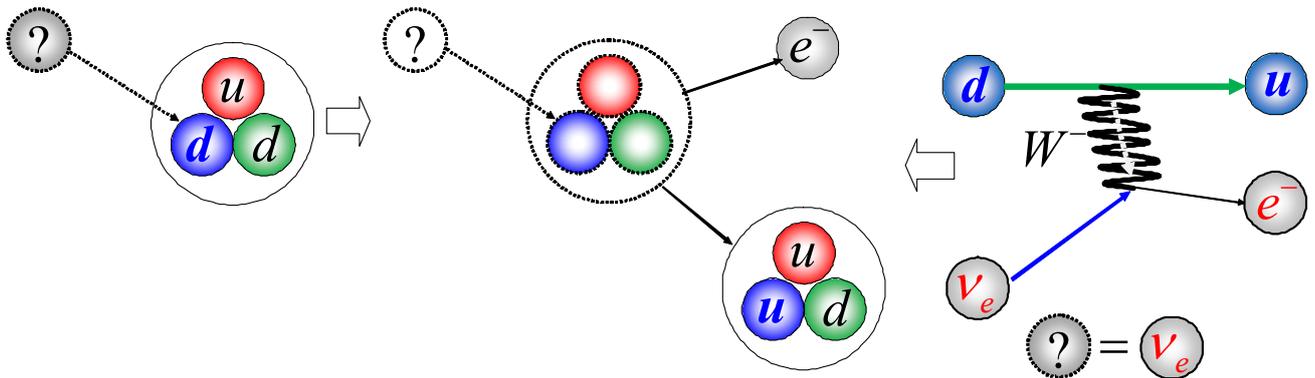
- 飛行するニュートリノ： $(\nu_1 \nu_2 \nu_3)$

と表す。そして、ニュートリノ観測器で検出されるとやはり弱い相互作用を通して検出され、

- 観測されるニュートリノ： $(\nu_e \nu_\mu \nu_\tau)$

になる（問題 1）。ニュートリノは中性なので、現在使用されている観測機器では直接見る事ができないが、

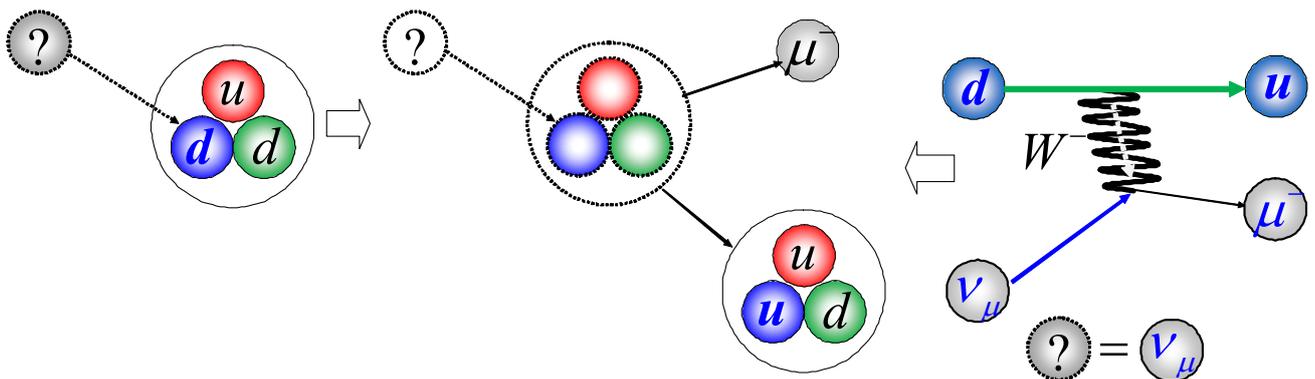
- 突然、電子などが現れる現象を探す事で、間接的にニュートリノを見つける事になる。つまり、例えば、原子核にある中性子： udd が陽子 uud に変化する際に



の場合は、

- 電子 e^- が現れるので、ニュートリノは ν_e である

と観測され、

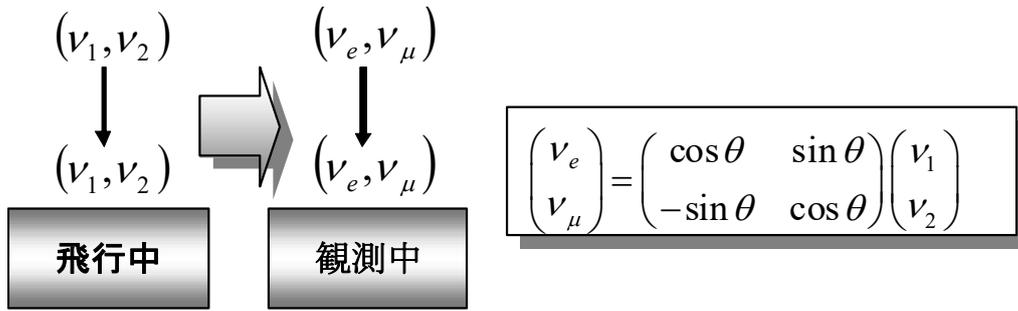


の場合は、

- ミュー粒子 μ^- が現れるので、ニュートリノは ν_μ である

と観測される。飛行するニュートリノ $\nu_{1,2,3}$ と観測されるニュートリノ $\nu_{e,\mu,\tau}$ との関係は、 $\nu_{1,2}$ と

$\nu_{e,\mu}$ の 2 種類に限定した場合には、【第 3 章 ニュートリノ振動：理論】での式：



として記述される。これは、実際の 3 つの場合に拡張されて、

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\tau \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & \sin \theta_{13} \\ -\sin \theta_{13} & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_3 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

に対応した

- 3 つの混合角 $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$.

が現れる。そして、飛行中と観測中の関係は、

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \tag{7.2}$$

で記述される。最新のじっけん結果は、混合角の数値として、大雑把に

$$\begin{cases} \sin^2 \theta_{12} = 0.3 \\ \sin^2 \theta_{23} = 0.45 \\ \sin^2 \theta_{13} = 0.025 \end{cases}$$

の辺りである。この時、

- $\sin^2 \theta_{13} = 0.025$ の値が、他の 2 つに比べて極端に小さい事が特徴

である。最先端のニュートリノ物理学では

- 「何故、 $\sin^2 \theta_{13} = 0.025$ が極端に小さいか？」の理由を見つけるのも緊急の課題

になっている。このように、飛行中のニュートリノ $(\nu_1 \ \nu_2 \ \nu_3)$ と $(\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau)$ がずれている

ので、観測時の $(\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau)$ は、もとのニュートリノの状態からずれる。これがニュートリノ振動という現象として認識される（問題 2）。

振動を示す実験

1) 大気ニュートリノ観測(検証済データ)

SuperKimokande 1998

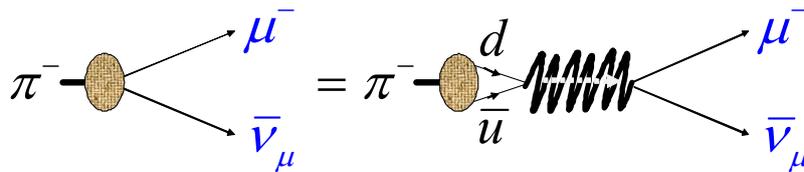
大気中で宇宙線との相互作用から生成されるパイ中間子の弱い相互作用による崩壊

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \tag{7.3}$$

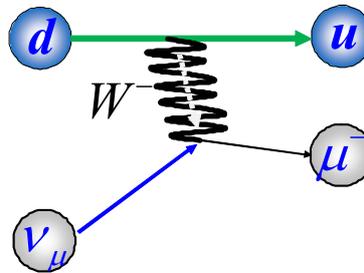
で生成される。ここで、

- π^+ は、 u -クォークと反 d -クォークできている

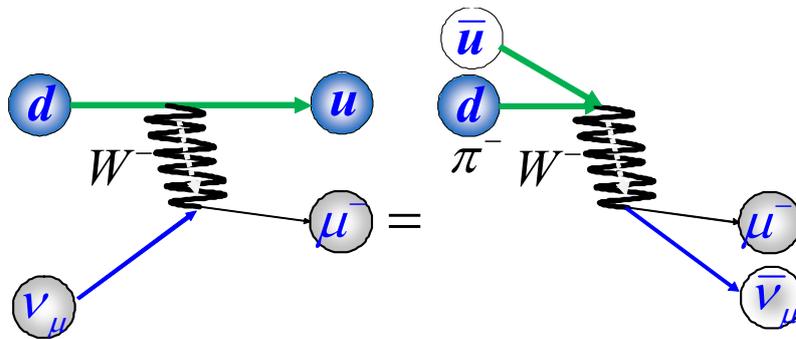
ので、 $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ の例では、



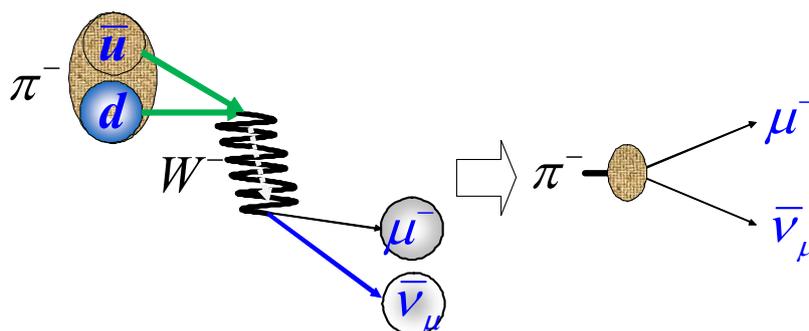
のように、反応が進む。この反応は、クォークを用いた基本の相互作用：



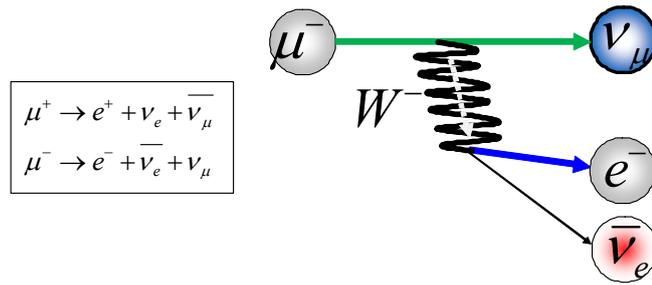
から u と ν_e のラインを反転した図で表され



$\bar{u}d$ が最終的に、 π^+ になり、 $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$:



として、崩壊が進む。崩壊で出てきたミュー中間子 μ^- は更に電子と電子ニュートリノとミューニュートリノに崩壊する（問題 3）。



その結果、



の反応から生成されるニュートリノの数は

$$\frac{\text{ミューニュートリノ} + \text{反ミューニュートリノ}}{\text{電子ニュートリノ}} = 2 \tag{7.5}$$

が期待される。実験ではこの比を検証する。

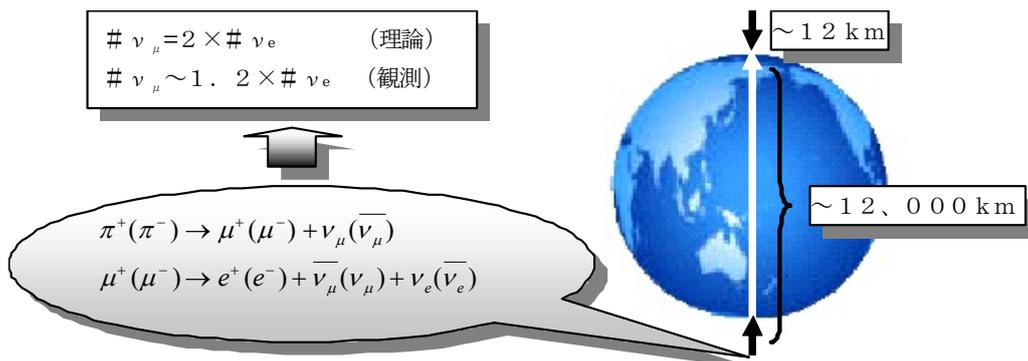
神岡の検出器は地下にあるが地球スケールからはほとんど地表である。その検出器でこの大気で生成されるニュートリノを観測した。大気ニュートリノは上空約 12 km で生成される。そして、**下方から地球を貫いてくるニュートリノの比が理論から期待される値 2 より減少**して

$$\frac{\text{ミュー(ニュートリノ} + \text{反ニュートリノ)}}{\text{電子ニュートリノ}} \Bigg|_{\text{観測}} \approx 1.2 \tag{7.6}$$

であることがわかった（実験データは次ページ）。これは、

- 電子ニュートリノが増えたか
- ミューニュートリノが減ったかのどちらかである。他の解析とともに結局
- **ミューニュートリノが減少**

であることがわかる。



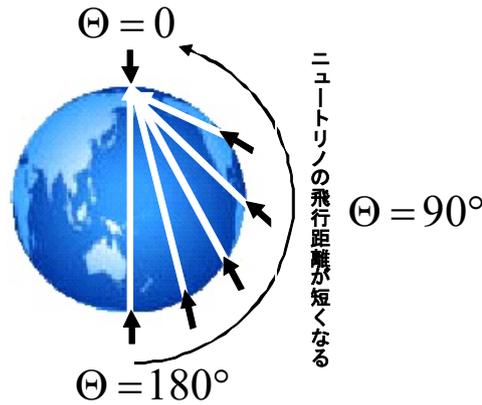
一方、上方からくるニュートリノの比は、ほぼ理論通り比率が 2 に対応することも確認されている。以上から、大気ニュートリノは、

- 上方からくるニュートリノ ($L = \text{約}12\text{km}$ 飛行)の比は、**ほぼ理論予測通り**
- 下方からくるニュートリノ ($L = \text{約}12000\text{km}$ 飛行)の比は、**理論予測のほぼ 1 / 2**

が実験事実として与えられる。これは神岡から観測しての上下であるので、地球に対しての言葉で表わすと、

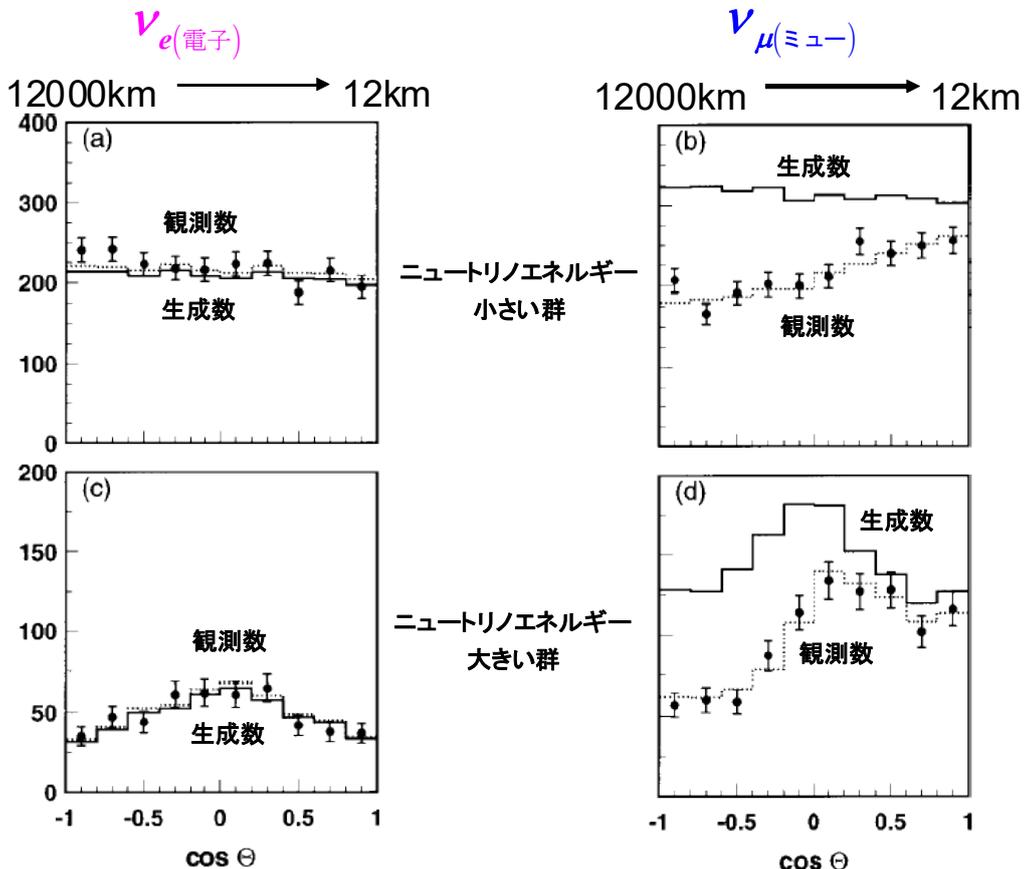
- **地表でのニュートリノの比はほぼ理論予測通り**
- **地球内部を通過してくるニュートリノの比は理論予測のほぼ 1 / 2**

になる。更に、距離ごとに観測値を調べると



(7.7)

図のように下方に行くに連れニュートリノの飛行距離が上がり、徐々に ν_μ の損失が大きくなり、最大の飛行距離のところでは約半分が損失することが示された。



その結果、

$$P(\nu_\mu \rightarrow ?) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow ?) \approx 0.5 \quad (7.8)$$

である。

【第 3 章 ニュートリノ振動：理論】より、 $P(\nu_\mu \rightarrow ?) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow ?)$ の値として・・・

$$P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \quad (7.9)$$

で与えられているので（9 ページ以降のグラフを参照）

$$1) \quad \frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \text{ [単位は rad]} \gg \mathcal{O}(1) \text{ の時 } (\Delta m^2 (\text{eV}^2) \gg \frac{E (\text{MeV})}{L (\text{m})}) :$$

激しく振動しすぎて平均値が観測： $P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t) \leq \frac{1}{2}$ のときのみ適用可能

$$\rightarrow P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \overbrace{\sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right)}^{\text{平均} \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \leq \frac{1}{2}$$

$$2) \quad \frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} = \mathcal{O}(1) \quad (\Delta m^2 (\text{eV}^2) \approx \frac{E (\text{MeV})}{L (\text{m})}) \text{ の時} :$$

偶然にも絶妙な距離で観測：どんな減少の割合にも適用できる

$$\rightarrow P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \overbrace{\sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right)}^{\text{約} 1} \doteq \sin^2 2\theta \leq 1$$

$$3) \quad \frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \ll \mathcal{O}(1) \quad (\Delta m^2 (\text{eV}^2) \ll \frac{E (\text{MeV})}{L (\text{m})}) \text{ の時} :$$

ほとんど減少しないので、振動は観測にかからない

$$\rightarrow P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \overbrace{\sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right)}^{\text{約} 0} \doteq 0$$

であった。 $P(\nu_\mu \rightarrow ?) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow ?) \approx 0.5$ の場合は、1) と 2) である。**可能なのは、2)** であり、大雑把に

$$\frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L_{\text{下方}} [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta m^2 [\text{eV}^2] \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \frac{\pi}{2 \times 1.27} \frac{E [\text{MeV}]}{L_{\text{下方}} [\text{m}]} \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \frac{\pi}{2 \times 1.27} \frac{E [\text{MeV}]}{L_{\text{下方}} [\text{m}]}$$

$$P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L_{\text{下方}} [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{2} = \sin^2 2\theta \approx \boxed{0.5} \quad \text{実験データ}$$

(7.10)

で記述できる。つまり、ニュートリノの質量 2 乗差 Δm^2 として

$$\frac{1.27\Delta m^2[\text{eV}^2]L_{\text{下方}}[\text{m}]^{\text{大雑把に}}}{E[\text{MeV}]} \approx \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\Delta m^2[\text{eV}^2]L_{\text{下方}}[\text{m}]^{\text{大雑把に}}}{E[\text{MeV}]} \approx 1 \quad (7.11)$$

より

$$\boxed{\Delta m^2[\text{eV}^2]^{\text{大雑把に}} \approx \frac{E[\text{MeV}]}{L_{\text{下方}}[\text{m}]}} \quad (7.12)$$

と計算できる。

一般的には、1) の場合の

$$\Delta m^2[\text{eV}^2] \gg \frac{E[\text{MeV}]}{L[\text{m}]} : P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \approx 0.5 \Rightarrow \sin^2 2\theta \approx 1.0 \quad (7.13)$$

でも $P(\nu_\mu \rightarrow ?) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow ?) \approx 0.5$ を得る事ができるが、

● 上方からくる場合に振動が起きてないので、その条件は、3) の

$$\Delta m^2 \ll \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{上方}}(\text{m})} \quad (7.14)$$

になる。また、

● 下方からくる場合に振動が起きているので、その条件が 1) の

$$\Delta m^2(\text{eV}^2) \gg \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{下方}}(\text{m})} \quad (7.15)$$

である。つまり、条件として、

$$\frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{下方}}(\text{m})} \ll \Delta m^2 \ll \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{上方}}(\text{m})} \quad (7.16)$$

ところで、実験では、

$$\begin{aligned} L_{\text{上方}} &\doteq 12000 \\ L_{\text{下方}} &\doteq 12000 + \text{地球の直径} \doteq 12000000 \end{aligned} \quad (7.17)$$

なので、

$$\begin{aligned} \frac{1}{L_{\text{上方}}} &\doteq \frac{1}{12000} \doteq 8 \times 10^{-4} \\ \frac{1}{L_{\text{下方}}} &\doteq \frac{1}{12000000} \doteq 8 \times 10^{-8} \end{aligned} \quad (7.18)$$

従って

$$8 \times 10^{-8} \ll \frac{\Delta m^2}{E(\text{MeV})} \ll 8 \times 10^{-4} \quad (7.19)$$

どこかに、(7.10) になる

$$\Delta m^2 \approx \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{丁度}}(\text{m})} \quad (7.20)$$

なる L があることになる。この $L_{\text{丁度}}$ は、(7.19)より

$$8 \times 10^{-8} \ll \frac{1}{L_{\text{丁度}}} \ll 8 \times 10^{-4}$$

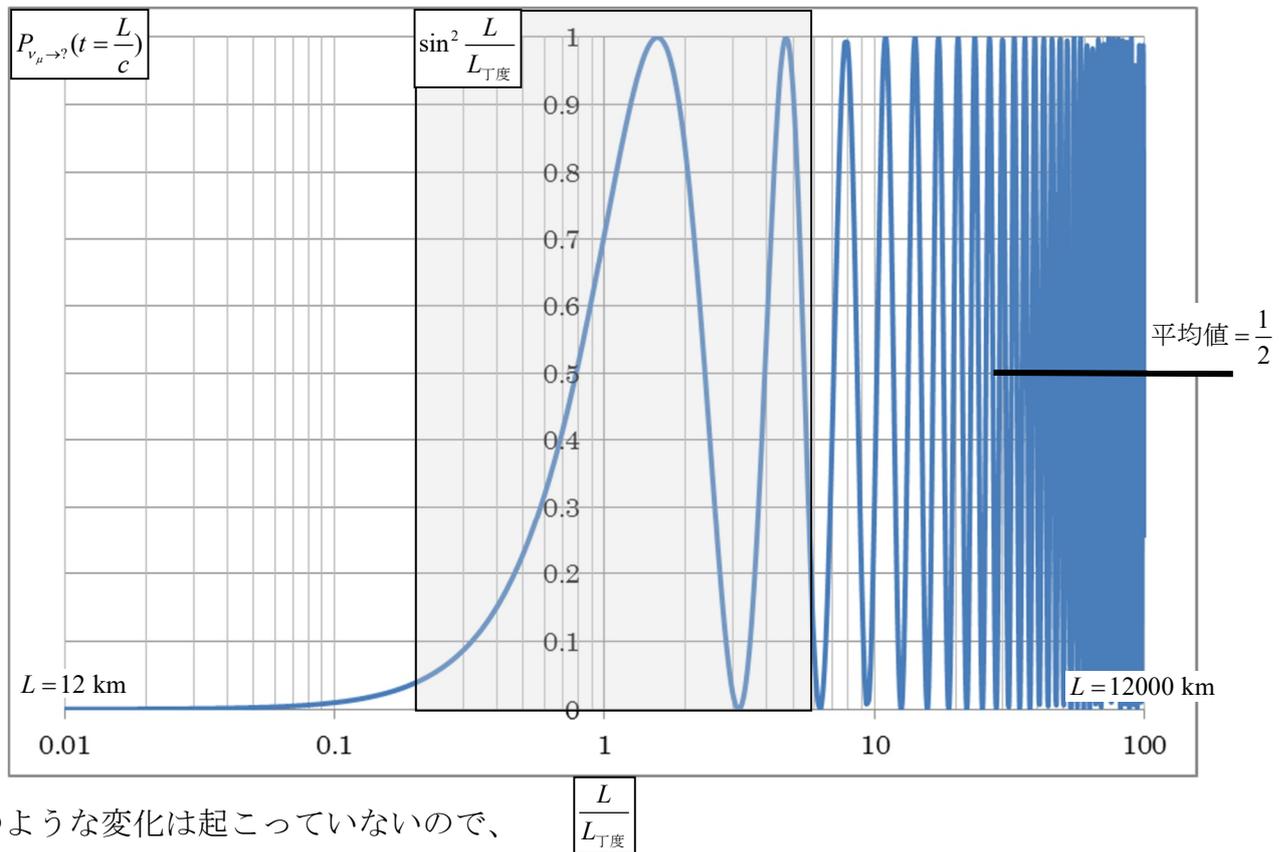
を満たす。例えば、 $1/L_{\text{丁度}} \doteq 8 \times 10^{-6}$ 、つまり $L_{\text{丁度}} \doteq 130000 \text{ km}$ (問題 4) である。h、

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau}(t = \frac{L}{c}) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \quad (7.21)$$

より、(7.20)を用いて

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau}(t = \frac{L}{c}) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{L}{L_{\text{丁度}}} \leftarrow \frac{1}{100} \quad (L_{\text{上方}} \doteq 12000 \text{ m}) \leq \frac{L}{L_{\text{丁度}}} \leq 100 \quad (L_{\text{下方}} \doteq 12000000 \text{ m}) \quad (7.22)$$

を得る。そのため、距離 $L_{\text{丁度}}$ の近辺で **sin カーブ特有の変化** が起こるはずである (問題 5) :



そのような変化は起こっていないので、

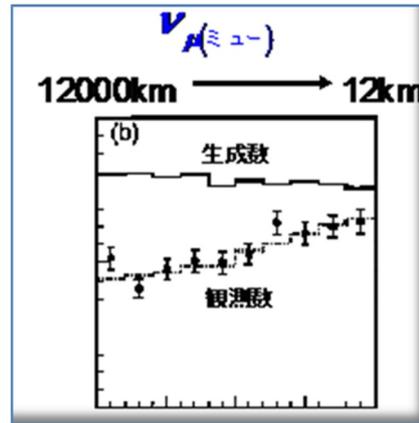
$$\Delta m^2 \gg \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{下方}}(\text{m})} \text{ は不適} \quad (7.23)$$

になる。

ν_μ の損失が大きくなり、最大の飛行距離のところで約半分が損失

このカーブを $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau}(t = \frac{L}{c})$ から、「 ν_μ の損失」を表す $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu}(t = \frac{L}{c}) = 1 - P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau}(t = \frac{L}{c})$ に変えて描い

してみる。実験データは



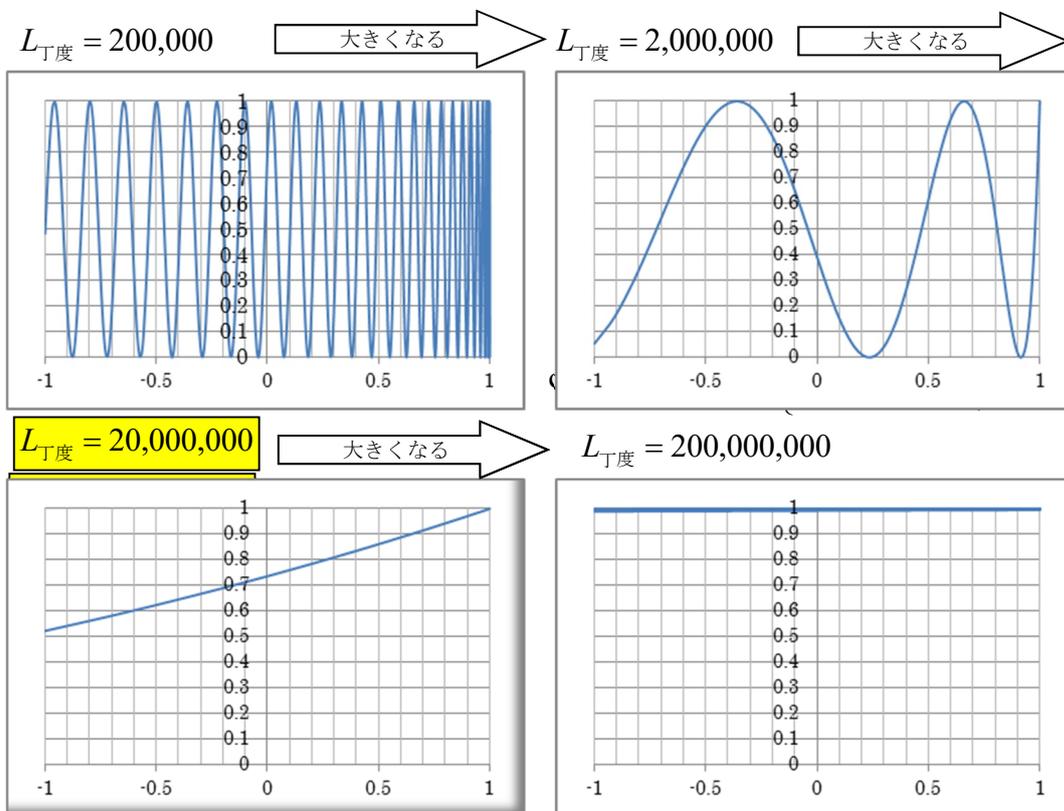
である。「下方から地球を貫通してくる ν_μ の数が約半分になる」。

理論の予言値： $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu}(t = \frac{L}{c})$ は、

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 c^3 L}{4E\hbar} \right) \leftarrow \hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} \left(\text{fm} = 1 \times 10^{-15} \text{ m} \right)$$

$$= 1 - \overbrace{\sin^2 2\theta}^{\text{=とする}} \sin^2 \left(\frac{L[\text{m}]}{L_{\text{丁度}}} \right) = 1 - \sin^2 \left(\frac{L[\text{m}]}{L_{\text{丁度}}} \right) \leftarrow L_{\text{丁度}} = \frac{E[\text{MeV}]}{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2]}$$

と計算されるので、そのグラフは $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = 1 - \sin^2 \left(\frac{L[\text{m}]}{L_{\text{丁度}}} \right)$ より、仮に $L_{\text{丁度}} = 200,000 \text{ m}$ とし



になる。このなかで、実験データの傾向を再現するのは

$$L_{\text{丁度}} = 20,000,000 \text{ m } (= 20,000\text{km})$$

であるので、：

$$L_{\text{丁度}} = \frac{E[\text{MeV}]}{1.27\Delta m^2[\text{eV}^2]}$$

より $\Delta m^2[\text{eV}^2]$ を求められ

$$\text{大気ニュートリノ} : E[\text{MeV}] = \text{数 GeV} = 5 \times 10^3 \text{ MeV}$$

を代入して、

$$L_{\text{丁度}} = 20,000,000 = \frac{E[\text{MeV}]}{1.27\Delta m^2[\text{eV}^2]} \Rightarrow \Delta m^2 = \frac{E[\text{MeV}]}{1.27 \times \boxed{20,000,000}} = 2 \times 10^{-4} \text{ eV}^2$$

のように決定される。

このようなグラフが無くても、 $L(\text{m})$ 対 $\frac{\Delta m^2}{E(\text{MeV})}$ の場合分けから決定される。今の場合、

$L(\text{m}) \sim \frac{\Delta m^2}{E(\text{MeV})}$ を用いることになる。走る距離 $L(\text{m})$ は、最大地球の直径の約 1 2 0 0 0 k

m である。またニュートリノのエネルギーは数 GeV ($\text{GeV} = 10^3 \text{ MeV}$) なので、

$$L = 12000 \text{ km}$$

$$E = \text{数 GeV} \tag{4.1}$$

を用いると、グラフからの結果と、ほぼ同じ

$$\Delta m^2 \sim \frac{E(\text{MeV})}{L(\text{m})} = \frac{10^3}{1.3 \times 10^7} \text{ 数 MeV} = \mathcal{O}(\text{数} \times 10^{-4} \text{ eV}^2) \tag{4.2}$$

なる。従って

$$\sin^2 2\theta \approx 0.5$$

$$\Delta m^2 = \mathcal{O}(\text{数} \times 10^{-4} \text{ eV}^2) \tag{4.3}$$

とすると、ニュートリノの質量として

$$m_\nu = \mathcal{O}(10^{-2} \text{ eV}) \tag{4.4}$$

になる。実際に、データを詳しく解析すると、(4.3)は改良されて

$$\sin^2 2\theta = 0.99$$

$$\Delta m^2 = 2.4 \times 10^{-3} \text{ (eV}^2) \tag{4.5}$$

が最適解になる。

2) 太陽ニュートリノ観測

太陽の中での核融合反応によりニュートリノが生成される。もち

ろん弱い相互作用で出てくるニュートリノは電子ニュートリノになる。とくにボロン 8 から生成される電子ニュートリノをターゲットにする。そのエネルギーは太陽の標準モデルにより $1 \sim 10 \text{ MeV}$ であり、このエネルギーのニュートリノが観測にかかるように実験機器を設定しておく。ニュートリノの飛行距離は、太陽と地球の距離の約 10^{11} m である。

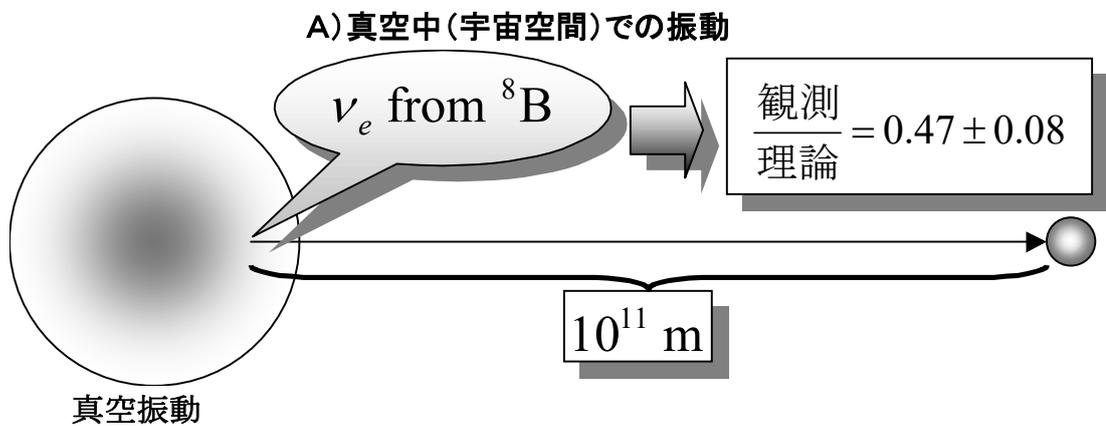
観測結果によると、地球にくるニュートリノの数が太陽の標準模型よりの期待するニュートリノの数の約半分であることが示された。

$$\frac{\text{電子ニュートリノ数の観測値}}{\text{電子ニュートリノ数の理論値}} \sim 0.5 \quad (4.6)$$

実験データは

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta &= 0.86 \\ \Delta m^2 &= 7.9 \times 10^{-5} \text{ (eV}^2\text{)} \end{aligned}$$

が最適解になる。太陽ニュートリノの飛来の様子は



である。大気ニュートリノと同様に、(4.17)で表わされるので

$$\Delta m^2 \sim \frac{E \text{ (MeV)}}{L \text{ (m)}} = \frac{1 \sim 10 \text{ (MeV)}}{10^{11}} = \mathcal{O}(10^{-11 \sim -10} \text{ eV}^2)$$

なる。

さて、大雑把に

$$\Delta m^2 \sim m_\nu^2 \quad (4.7)$$

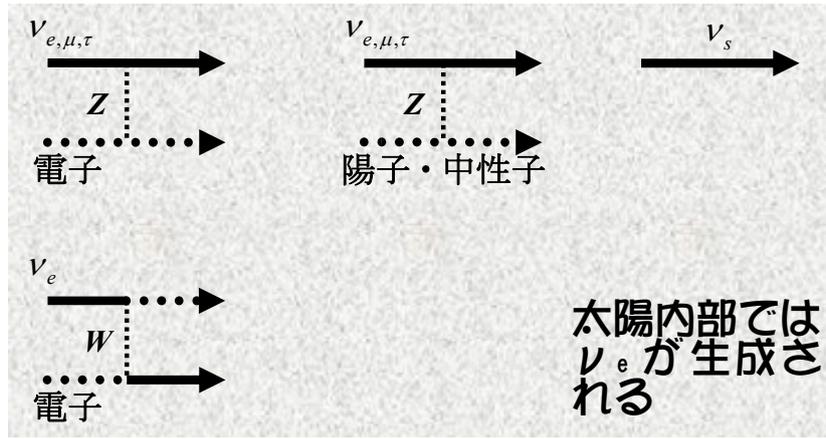
とすると、ニュートリノの質量として

$$m_\nu = \mathcal{O}(10^{-5} \text{ eV}) \quad (4.8)$$

になる。残念ながら、この振動は、実験結果から

B) 太陽物質中での振動

MSW機構では電子と W^\pm の荷電相互作用を通して振動するが Z の中性相互作用も関与する：



つまり電子のほかに陽子・中性子との相互作用からも質量項があらわれる。

ニュートリノ	表記	荷電相互作用 by W^\pm	中性相互作用 by Z
電子ニュートリノ	ν_e	電子、陽子・中性子	電子、陽子・中性子
ミューニュートリノ	ν_μ	無	電子、陽子・中性子
タウニュートリノ	ν_τ	無	電子、陽子・中性子
ステライルニュートリノ	ν_s	無	無

これから、3 世代のニュートリノに関しては $\nu_{\mu,\tau}$ に比べて ν_e が電子からに寄与を余分に受ける。結局、それぞれのエネルギーを $E(\nu_{\mu,\tau})$ とすれば、

$$E(\nu_x) \approx E(\nu_e) + \sqrt{2}G_F N_e \tag{4.9}$$

であった。注目しているニュートリノのエネルギーは

$$E(\nu_x) \sim E(\nu_e) = \mathcal{O}(1 \text{ MeV}) \tag{4.10}$$

また、太陽内の電子密度は

$$N_e \sim 10^{26} \text{ 個/cm}^3 \tag{4.11}$$

と評価されているので $\Delta m^2 \sim \sqrt{2}G_F EN_e$ を用いて

$$\Delta m^2 \sim G_F EN_e = \mathcal{O}(10^{-5} \text{ eV}^2) \tag{4.12}$$

になる (問題 6)。

大雑把に

$$\Delta m^2 \sim m_\nu^2 \tag{4.13}$$

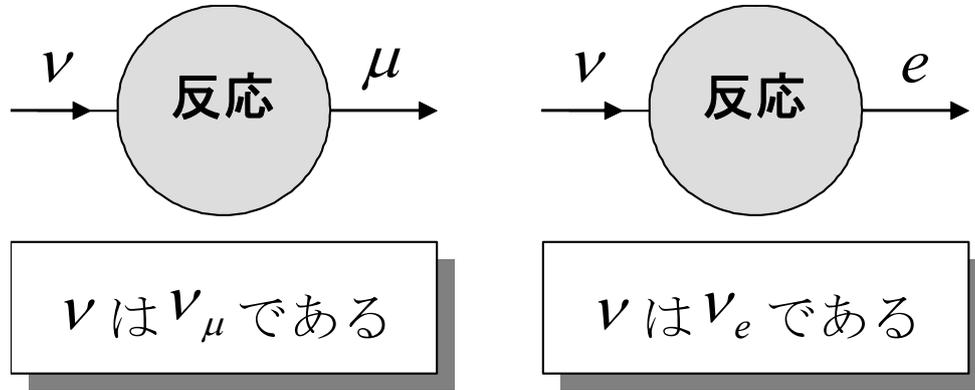
とすると、ニュートリノの質量として

$$m_\nu = \mathcal{O}(10^{-3 \sim -2} \text{ eV}) \tag{4.14}$$

LSND 1995-1998
KARMEN 1998

3) ロスアラモス加速器実験

米国西海岸のロスアラモス加速器研究所にある加速器で生成されたパイ中間子から弱い相互作用により放出されるミューニュートリノを観測する。その結果、電子ニュートリノが約 30% 混在していると報告された (問題 7)。



しかしこれはロスアラモスでのみ観測されており他の研究所の加速器では観測されていない。そのため、この解析の信頼度が疑問視されている。

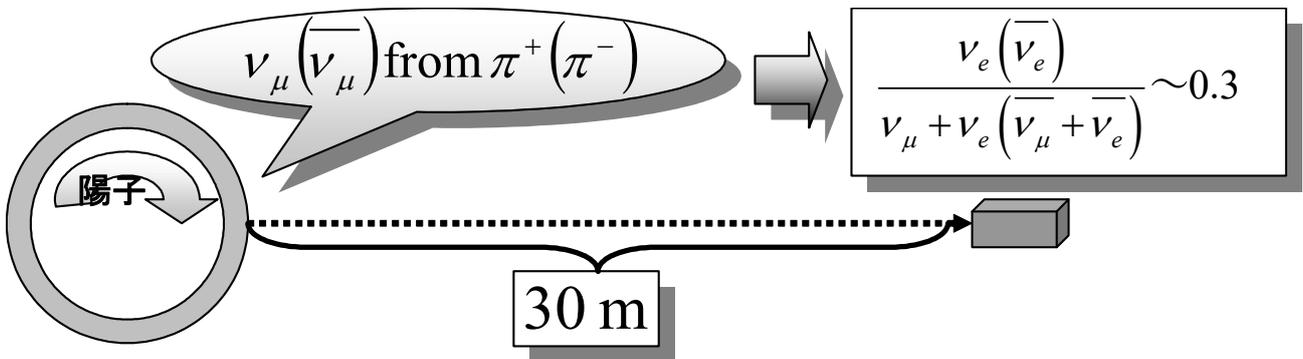
ニュートリノは加速器から

$$L = 30 \text{ m} \tag{4.15}$$

離れた場所に観測器を設置し観測する。そのエネルギーは

$$E = 30 \text{ MeV} \tag{4.16}$$

である。



その結果

$$\Delta m^2 \sim \frac{E(\text{MeV})}{L(\text{m})} = \frac{30(\text{MeV})}{30} = \mathcal{O}(1 \text{ eV}^2) \tag{4.17}$$

になる。大雑把に

$$\Delta m^2 \sim m_\nu^2 \tag{4.18}$$

とすると、ニュートリノの質量として

$$m_\nu = \mathcal{O}(1 \text{ eV}) \tag{4.19}$$

になる。この実験結果は、現時点（2008 年 1 月）では、他の実験グループ（Phys. Rev. Lett. 98, 231801 (2007) by MiniBooNE 共同実験グループ：米国フェルミ国立加速器研究所で実験）からのサポートが無く、この実験結果をニュートリノ振動の理論で説明することは、理論に対する主たる制限には成っていない。学習のため、以下では、この実験結果を考慮した場合考えておき。

振動のパラメータ値

実際に詳しく解析すると振動のパラメータは以下の数値になる。

	大気	太陽		ロスアラモス
振動予測	$\nu_\mu \rightarrow \nu_{\tau,?}$	$\nu_e \rightarrow \nu_{\mu,\tau,?}$		$\nu_\mu \rightarrow \nu_e$
Δm^2 (eV ²)	$6 \times 10^{-4} \sim 10^{-2}$	MSW	$3.8 \times 10^{-6} \sim 10^{-5}$	0.2~10
		真空	$5 \times 10^{-11} \sim 8 \times 10^{-10}$	
$\sin^2 2\theta$	≈ 1	MSW	$3.5 \times 10^{-3} \sim 1.4 \times 10^{-2}$	$2.0 \times 10^{-3} \sim 3.0 \times 10^{-2}$
		真空	0.5~1	

1) 3種類のニュートリノ: $\nu_{e,\mu,\tau}$

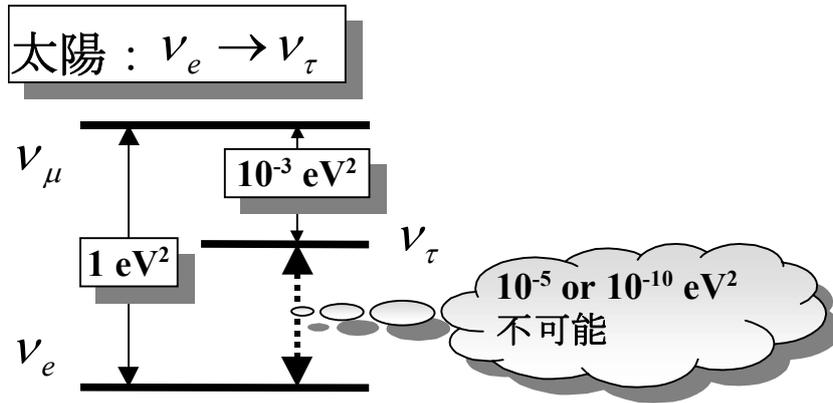
3 世代のニュートリノを仮定する。

A) 太陽ニュートリノは $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ を通じて振動

設定されるパラメータは

	大気	太陽	ロスアラモス
モード	$\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$	$\nu_e \rightarrow \nu_\tau$	$\nu_\mu \rightarrow \nu_e$
Δm^2	$\sim 10^{-3}$	$\sim 10^{-5}$ or $\sim 10^{-10}$	~ 1

になる。大気ニュートリノ $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ と太陽ニュートリノ $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ を基準にとり図示すると

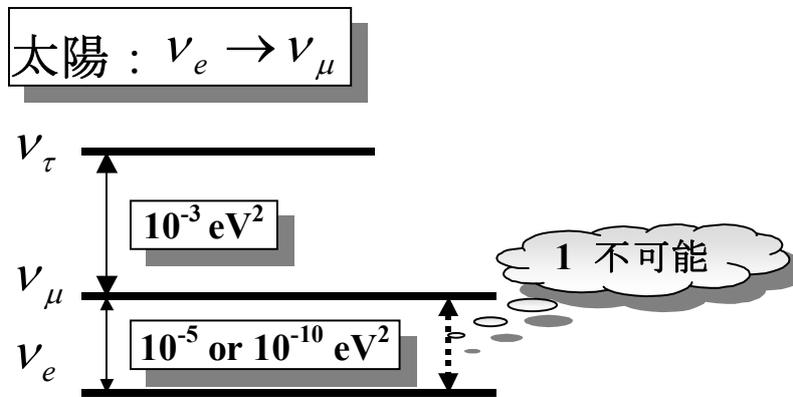


になる。その結果、ロスアラモスの $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の質量差は実現されない。

B) 太陽ニュートリノは $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ を通じて振動

	大気	太陽	ロスアラモス
モード	$\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$	$\nu_e \rightarrow \nu_\mu$	$\nu_\mu \rightarrow \nu_e$
Δm^2	$\sim 10^{-3}$	$\sim 10^{-5}$ or $\sim 10^{-10}$	~ 1

になる。大気ニュートリノ $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ と太陽ニュートリノ $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ を基準にとり図示すると



になる。その結果、ロスアラモスの $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の質量差は実現されない。

以上のように、3 世代でニュートリノ振動を記述するにはロスアラモスのデータを無視することになる。このデータも信用して取り入れるには、もう 1 つ 4 つめのニュートリノを導入する。それをステライルニュートリノ（問題 8）という。

2) 4 種類目のステライルニュートリノ: ν_s

Caldwell & Mohapatra 1993
Peltoniemi & Valle 1993

CERN での e^+e^- 衝突実験で Z を生成しその崩壊幅 Γ_{tot} を観測すること（問題 9）で Z に結合

するニュートリノの数がわかる。この崩壊幅

$$Z \rightarrow \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{lll} \bar{\nu}_e + \nu_e & \bar{\nu}_\mu + \nu_\mu & \bar{\nu}_\tau + \nu_\tau \\ e^+ + e^- & \mu^+ + \mu^- & \tau^+ + \tau^- \\ \bar{u} + u & \bar{c} + c & \\ \bar{d} + d & \bar{s} + s & \bar{b} + b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{観測不可能} : \Gamma_{\text{全}\nu} \\ \text{観測可能} : \Gamma_{\text{観測可能}} \end{array} \right\} \Gamma_{\text{tot}} = \Gamma_{\text{観測可能}} + \Gamma_{\text{全}\nu} \end{array} \quad (4.20)$$

を観測できる（問題 10）。一方、全崩壊幅 Γ_{tot} は、断面積の幅から測定される。ここで、一つのニュートリノ崩壊幅を Γ_ν とすると、それが N_ν 種類（知られているのは 3 種類： $N_\nu = 3$ ）

ある時 $\Gamma_{\text{全}\nu} = N_\nu \Gamma_\nu$ 。その結果、

$$N_\nu \Gamma_\nu = \Gamma_{\text{tot}} - \Gamma_{\text{観測可能}} \quad (N_\nu : \text{ニュートリノの数}) \quad (4.21)$$

によりニュートリノの数が実験的に決められる。最新データによると、

$$N_\nu = 2.9835 \pm 0.0083, \quad \Gamma_{\text{tot}} = 2.4944 \pm 0.0024 \text{ GeV} \quad (4.22)$$

である。それゆえ、 $N_\nu = 3$ 、つまり

- Z に結合する 3 つ以上のニュートリノは存在しない
がわかる。そこで
- 第 4 番目のステライルニュートリノは Z に結合しない

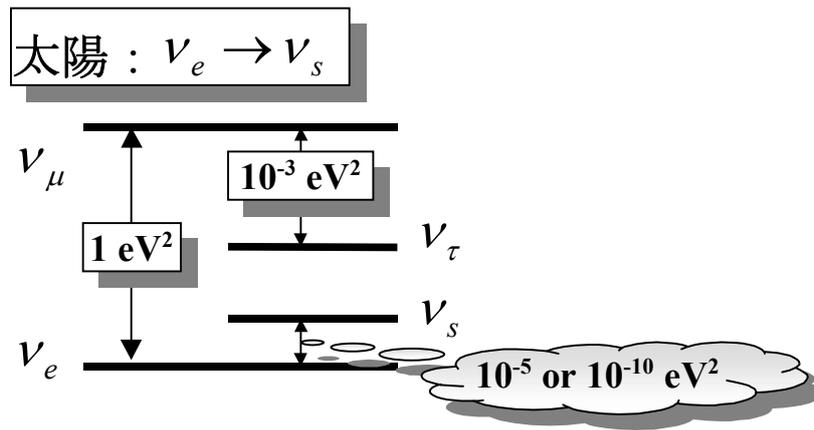
とする。従って、ステライルニュートリノは $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の 1 重項であることがわかる（問題 11）。

3) 4 種類のニュートリノ： $\nu_{e,\mu,\tau}$ と ν_s （他のニュートリノ実験が精密になった結果、この可能性は現在ほぼ無い。）

4 種類のニュートリノを使用すれば、

	大気	太陽	ロスアラモス
モード	$\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$	$\nu_e \rightarrow \nu_s$	$\nu_\mu \rightarrow \nu_e$
Δm^2	$\sim 10^{-3}$	$\sim 10^{-5}$ or $\sim 10^{-10}$	~ 1

になる。これを大気ニュートリノ $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ と太陽ニュートリノ $\nu_e \rightarrow \nu_s$ のように解釈する。



3 世代の場合に太陽ニュートリノを

$$\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu \text{ で記述} \tag{4.23}$$

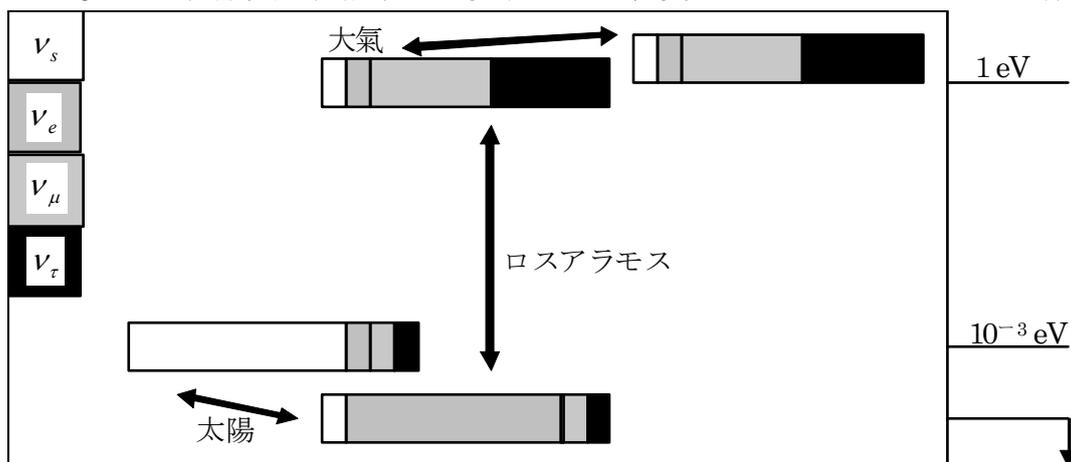
することと、(4.19)の二乗の質量差

$$1 \text{ eV}^2 \text{ を設定} \tag{4.24}$$

することが両立しないが、4 種類の場合は。太陽ニュートリノは

$$\nu_e \leftrightarrow \nu_s \tag{4.25}$$

で記述される。この場合、実験結果を再現するには、質量を持つニュートリノの成分比は



で表される（この可能性は現在は否定されている）。

第七章問題

- 1) $(\nu_{eL}, \nu_{\mu L}, \nu_{\tau L})$ の状態は、どのように決められるかを説明せよ。
- 2) クォークにも同様の現象がある。どのような現象か説明し、クォーク振動とは呼ばないのは何故かを説明せよ。
- 3) 図を参照して、 $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$ と $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ の崩壊現象に関する相互作用項を標準模型のラグランジアンの中から抜き出せ。
- 4) この距離の時、(7.7)から角度 Θ を求めよ。
- 5) なぜ sin カーブ特有の変化が起こると期待するかを説明せよ。
- 6) (4.12)の数値を創出せよ。【ヒント】 $G_F EN_e$ に $G_F = 10^{-5} m_{核子}^{-2} \approx 10^{-5} (\text{GeV})^2$ 、 $E = 1(\text{MeV})$ 及び $N_e = 10^{26} \left(\frac{1}{\text{cm}^3} \right)$ を代入。 $G_F EN_e$ の次元は $[M]^2$ であるが、このままだと $[M]^{-1}[L]^{-3}$ なるので、 $\hbar c = 197(\text{MeV} \cdot \text{fm})$ を適当に乗じて Δm^2 の次元 $[M]^2$ になるように調節。その後、単位を揃えて、最終的に $(\text{eV})^2$ の単位で数値を出す。
- 7) パイ中間子のニュートリノへの崩壊モードを調べ、30%程度の ν_e がパイ中間子の崩壊から供給されないことを説明せよ。
- 8) ステライルニュートリノが ν_{eR} である場合、どのように電子ニュートリノ ν_{eL} の右巻き (R) 状態と決定されるかを説明せよ。
- 9) e^+e^- 衝突実験で Z を生成しその崩壊幅 Γ_{tot} を測ることができる。実験データから粒子の崩壊幅を知る方法を述べよ
- 10) これらの崩壊を記述する標準模型のラグランジアンを、それぞれの崩壊過程に対して示せ。
- 11) ステライルニュートリノが Z と結合できないという事実から、何故、ステライルニュートリノは $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の 1 重項である、と結論できるかを説明せよ。