第０章　クォーク模型

陽子の仲間

リー・ヤンにより $SU(2)$ 群による陽子（p）・中性子（n）・湯川中間子（$\pi^{\pm,0}$）の分類

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \cdots SU(2) \text{の 2 重項：} \mathbf{2} \tag{0.1}$$

$$\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix} \cdots SU(2) \text{の 3 重項：} \mathbf{3} \tag{0.2}$$

がなされた。リー・ヤンは湯川中間子を粒子・反粒子の 2 体系で表した。粒子が $\mathbf{2}$ 表現なので反粒子は $\mathbf{2}^*$ 表現になるが、$SU(2)$ では

$$\mathbf{2}^* = \mathbf{2}$$

に注意すると（問題１）、表現の関係式

$$\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{3} \oplus \mathbf{1} \tag{0.3}$$

から、これを(0.1)と(0.3)で表すと

$$\overline{\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}} \otimes \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{p} & \bar{n} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix} \oplus \text{新たな中間子}\left(\eta^0\right) \tag{0.4}$$

と図式化できる（問題２）。ここで、新たな中間子は、湯川中間子と似た性質を持ち

- η^0 中間子

と呼ばれる。ここで、電荷 Q は、アイソスピン I^3 と呼ばれる量：

$$I^3 = 0 \cdots \mathbf{1},\ \ I^3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdots \mathbf{2},\ \ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cdots \mathbf{3} \tag{0.5}$$

を用い

$$\boxed{Q = I^3 + \frac{Y}{2}} \tag{0.6}$$

と表せば、

$$Y = 1 \cdots \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix},\ Y = 0 \cdots \begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix} \ \&\ \eta^0 \tag{0.7}$$

がわかる。この Y を

● 超電荷（hyperchjarge）：Y

という。

坂田昌一はここに現れた$SU(2)$を$SU(3)$に拡張し、p,nと良く似た性質を持つ電荷ゼロの粒子Λ^0を用いて(0.1)の代わりに

$$\begin{pmatrix} p \\ n \\ \Lambda^0 \end{pmatrix} \cdots SU(3) \text{の 3 重項：} \mathbf{3} \tag{0.8}$$

を用いた。表現の関係式

$$\mathbf{3}^* \otimes \mathbf{3} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1} \tag{0.9}$$

から（問題３）、

$$\overline{\begin{pmatrix} p \\ n \\ \Lambda^0 \end{pmatrix}} \otimes \begin{pmatrix} p \\ n \\ \Lambda^0 \end{pmatrix} = \left(\bar{p} \ \bar{n} \ \overline{\Lambda^0} \right) \otimes \begin{pmatrix} p \\ n \\ \Lambda^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix} \text{と} \eta^0 \text{を含む8つの中間子} \oplus \text{新たな中間子} \left(\eta'^0 \right) \tag{0.10}$$

と図式化できる。このようにして、湯川中間子の仲間として総計 9 つ現れる。実際に、

$\boxed{\mathbf{8}}$			$\boxed{\mathbf{1}}$	
	π^+ 139.57 MeV			
K^+ 493.68 MeV		$\overline{K^0}$ 497.65 MeV		
	π^0, η^0 134.98 MeV,547.1 MeV		η'^0 957.78 MeV	(0.11)
K^0 497.65 MeV		K^- 493.68 MeV		
	π^- 139.57MeV			
$\boxed{S=1}$	$\boxed{S=0}$	$\boxed{S=-1}$	$\boxed{S=0}$	

として見つかっている（Sは(0.15)参照）。同様に、陽子・中性子の仲間に応用するが、これらを複合粒子として導くのには、陽子・中性子がスピン1/2なので、

● (0.8)の 3 体から作成する

ことになる（問題４）。ただし、陽子・中性子自身をも複合粒子として取り扱うため、

● クォーク模型

に移行する必要がある。陽子・中性子は３つのクォークから成る複合粒子になる。クォーク模型では、(0.8)の代わりに$SU(3)$の 3 重項として

$$q=\begin{pmatrix}u\\d\\s\end{pmatrix}\cdots SU(3)\text{の 3 重項：}\mathbf{3} \tag{0.12}$$

のクォークを用いる。クォーク 3 体形の表現の関係式：

$$\mathbf{3}\otimes\mathbf{3}\otimes\mathbf{3}=\mathbf{1}\oplus\mathbf{8}\oplus\mathbf{8}\oplus\mathbf{10} \tag{0.13}$$

から（問題５）、「ゲルマンの 8 道説」と呼ばれる

- 陽子・中性子の 8 個の仲間

が現れる。実際に

$\boxed{\mathbf{8}}$

$$\begin{array}{ccccc}
 & & \Sigma^+ & & \\
 & & 1189.37\text{ MeV} & & \\
p & & & & \Xi^0 \\
938.27\text{ MeV} & & & & 1314.86\text{ MeV} \\
 & & \Sigma^0,\Lambda^0 & & \\
 & & 1192.64\text{ MeV},1115.68\text{ MeV} & & \\
n & & & & \Xi^- \\
939.56\text{ MeV} & & & & 1321.71\text{ MeV} \\
 & & \Sigma^- & & \\
 & & 1197.45\text{ MeV} & & \\
\boxed{S=0} & & \boxed{S=-1} & & \boxed{S=-2}
\end{array} \tag{0.14}$$

のように、８つの粒子が見つかっている。

さて、(0.6)と同様な関係式は、以下のように拡張され、

$$s\text{クォークの数（}n_S\text{）に関連する奇妙さ（strangeness）：}S=-n_S \tag{0.15}$$

を含む。その結果、

$$I^3=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\\0\end{pmatrix}\cdots\begin{pmatrix}u\\d\\s\end{pmatrix},\quad S=\begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}\cdots\begin{pmatrix}u\\d\\s\end{pmatrix}\Leftarrow\begin{pmatrix}\text{up}\\\text{down}\\\text{strange}\end{pmatrix} \tag{0.16}$$

とするとき、

$$\boxed{Q=I^3+\frac{B+S}{2}}\left(B=\frac{1}{3}\right) \tag{0.17}$$

と表す（問題６）。ここで、電荷・質量を無視（或いは、すべて同じ質量）するとき、それぞれの８つの粒子の区別が無くなる。そのとき、この８つの粒子は、

- $SU(3)$ 群の８次元表現を形成

する。

(0.13)に現れる**10**についても１０個の状態が観測され、

$$
\boxed{\mathbf{10}}
$$

Δ^{++}
1232 MeV

Σ^{*+}
1385 MeV

Δ^{+} 1232 MeV　　Ξ^{*0} 1530 MeV

Σ^{*0} 1385 MeV　　Ω^{-} 1672 MeV

Δ^{0} 1232 MeV　　Ξ^{*-} 1530 MeV

Σ^{*-}
1385 MeV

Δ^{-}
1232 MeV　　(0.18)

$\boxed{S=0}$　　$\boxed{S=-1}$　　$\boxed{S=-2}$　　$\boxed{S=-3}$

と分類できる。これらは

- スピン$\dfrac{3}{2}$

である。

カラー

(0.18)には

- sssのスピン3/2

が現れる。ここで、

$$
\text{スピン}\frac{3}{2}\text{の状態を与えるクォークは}J_z=\frac{1}{2} \tag{0.19}
$$

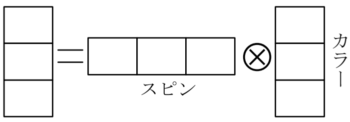
なので、クォークのスピンの状態は完全対称になる（問題７）。これは、スピンと統計の原理に反するので、このままではクォーク模型が破綻する。このときの解決策が

- 隠れた自由度：カラー

の導入である。３つのクォークに対して、カラーの自由度で完全反対称にするには

- カラーの数は必然的に 3 色

になる（問題８）。ヤング図（Appendix）で表すと、



になる。このカラーの 3 つの自由度をを光の 3 原色なぞらえて

- $R(\text{赤}),\ G(\text{緑}),\ B(\text{青})$
- $u^{R,G,B},\ d^{R,G,B},\ s^{R,G,B}$

と表す。これらのクォークの I^3, Y, S の値をまとめると

総称	カラー	電荷$(\times e)$	I^3	Y	S
u	$u^{R,G,B}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
d	$d^{R,G,B}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
s	$s^{R,G,B}$	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	-1

になる。

カラーの存在は、実験事実として発見されている。代表的には

- $e^+e^- \to \text{hadrons}(=\text{陽子・中性子・湯川中間子など})$

の実験データからの読み取りである。これは、

- 電子・陽電子衝突型加速器（$E_{e^+} = E_{e^-}$）

を使用して測定される。測定値は R 比と呼ばれ、

$$R = \frac{\sigma\left(e^+e^- \to \text{hadrons}\right)}{\sigma\left(e^+e^- \to \mu^+\mu^-\right)} \tag{0.20}$$

で数値として与えられる。ここで、ミュー粒子（$\mu^\pm$）の質量（$E_\mu = m_\mu c^2$）に比べて、電子と陽電子のエネルギーの和（$E_{e^+} + E_{e^+}$）が充分大きいとき

$$\sigma\left(e^+e^- \to \mu^+\mu^-\right) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} Q_\mu^2 \left(Q_\mu = -1,\ \alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c} = \frac{1}{137},\ s = \left(E_{e^+} + E_{e^+}\right)^2 \right) \tag{0.21}$$

である。ところで、hadrons はクォークでできているので、

$$\sigma\left(e^+e^- \to \text{hadrons}\right) = \sum_{\substack{f=u,d,s \\ a=R,G,B}} \sigma\left(e^+e^- \to \overline{q}_{fa} q_{fa}\right) \tag{0.22}$$

と近似できる。ここで、

- クォークとミュー粒子はカラーと電荷（と質量）の違いを除けば同じ振る舞いをする

ので、

$$\frac{\sigma\left(e^+e^- \to \overline{q}_{fa} q_{fa}\right)}{Q_{fa}^2} = \frac{\sigma\left(e^+e^- \to \mu^+\mu^-\right)}{Q_\mu^2} \left(= \sigma\left(e^+e^- \to \mu^+\mu^-\right)\right) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \tag{0.23}$$

と見積もることができる。従って、

$$\sigma\left(e^+e^- \to \text{hadrons}\right) = \left(\sum_{\substack{f=u,d,s \\ a=R,G,B}} Q_{fa}^2\right)\sigma\left(e^+e^- \to \mu^+\mu^-\right) \tag{0.24}$$

であり、

$$Q_{fR} = Q_{fG} = Q_{fB} = Q_f \tag{0.25}$$

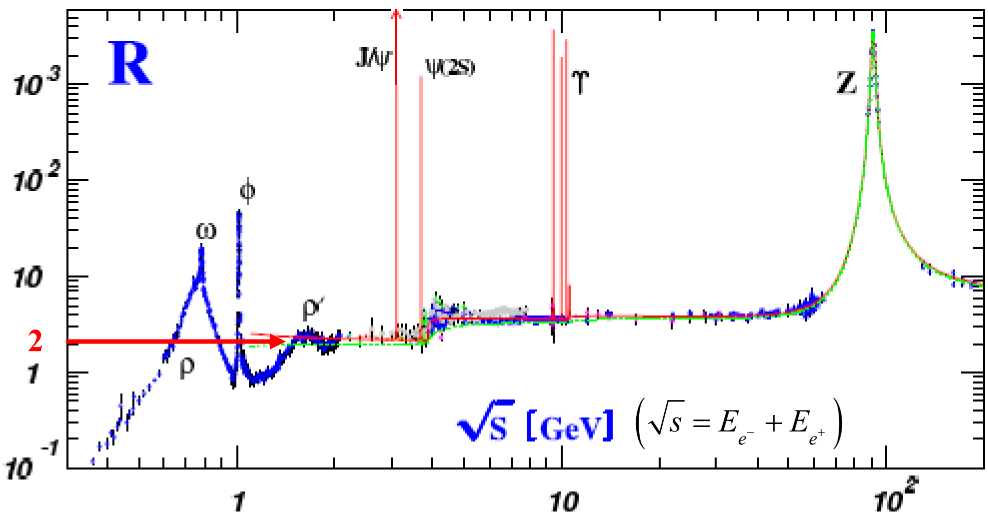
なので、

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{f=u,d,s \\ a=R,G,B}} Q_{fa}^2 &= \sum_{a=R,G,B}\left(Q_{ua}^2 + Q_{da}^2 + Q_{sa}^2\right) = 3\left(Q_u^2 + Q_d^2 + Q_s^2\right) \\ &= 3\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) = 2 \end{aligned} \tag{0.26}$$

になる。従って、

$$R = \frac{\sigma\left(e^+e^- \to \text{hadrons}\right)}{\sigma\left(e^+e^- \to \mu^+\mu^-\right)} = 2 \text{ for } u,d,s \tag{0.27}$$

を得る。これを実験データの数値を比べることができ、



データをプロットしたグラフから、

- $2\ \text{GeV} \le \sqrt{s} \le 3\ \text{GeV}$ の領域で $R = 2$

とわかる。

クォークの仲間

さて、

- R が 2 より増えれば新クォーク発見！！！

を示すことになる。このようにして未知のクォークが発見された。データからは

$$R \approx \begin{cases} 3.3\cdots 3\ \text{GeV} \le \sqrt{s} \le 10\ \text{GeV} \\ 3.6\cdots 10\ \text{GeV} \le \sqrt{s} \le 60\ \text{GeV} \end{cases} \tag{0.28}$$

を示している。これにより、

- 第４番目のクォーク・・・電荷$\frac{2}{3}$のc (charm)クォーク
- 第５番目のクォーク・・・電荷$-\frac{1}{3}$のb (bottom)クォーク

が発見された（問題９）。グラフ中では観測された状態は

- $J/\psi = \bar{c}c$とΥ(ウプシロン)$= \bar{b}b$

で表されている。最後に現れたクォークは、電子・陽電子衝突型加速の実験では見つからず、陽子・反陽子衝突型加速の実験で発見された。それは

- 第６番目のクォーク・・・電荷$\frac{2}{3}$のt (top)クォーク

である（問題１０）。これにより

- $u_{R,G,B},\ c_{R,G,B},\ t_{R,G,B}$・・・電荷$\frac{2}{3}$のクォーク
- $d_{R,G,B},\ s_{R,G,B},\ b_{R,G,B}$・・・電荷$-\frac{1}{3}$のクォーク

の様にそれぞれ３種類のクォークが存在していることが明らかになった（問題１０）。これらの予言は

- $\begin{pmatrix} u^{R,G,B} \\ d^{R,G,B} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c^{R,G,B} \\ s^{R,G,B} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t^{R,G,B} \\ b^{R,G,B} \end{pmatrix}$・・・小林・益川(1973)
- $\begin{pmatrix} u^{R,G,B} \\ d^{R,G,B} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c^{R,G,B} \\ s^{R,G,B} \end{pmatrix}$・・・原・牧(1963)や Glashow-Illiopoulos-Miani(1970)
- $\begin{pmatrix} u_{R,G,B} \\ d_{R,G,B} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} --- \\ s_{R,G,B} \end{pmatrix}$・・・Gell-Mann(1964)
- カラー3 色・・・Han-南部(1966)

によってなされている。

また、同様な電子・陽電子衝突型加速の実験により、

- 第３番目の電子の仲間（レプトン）・・・電荷-1の$\tau(\text{tau})$レプトンとν_τニュートリノ[1]

[1] 1975 年にスタンフォード線形加速器センターのマーチン・パール等によって発見された。ν_τは、正確には、

が発見された。これにより、物質を形作る素粒子として

$$\begin{pmatrix} u^{R,G,B} \\ d^{R,G,B} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c^{R,G,B} \\ s^{R,G,B} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t^{R,G,B} \\ b^{R,G,B} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

が揃うことになる。これらの分類は、

- フレーバー（flavor）或いは世代（generation）
- カラー（color SU(3)）
- 弱いアイソスピン（weak $SU(2)$ isospin）

でなされ、

$$\begin{pmatrix} u^R \\ d^R \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u^G \\ d^G \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u^B \\ d^B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c^R \\ s^R \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c^G \\ s^G \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c^B \\ s^B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t^R \\ b^R \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t^G \\ b^G \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t^B \\ b^B \end{pmatrix} \Big\} I^3 = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} : SU(2)$$

$$I_c^3 = (1/2,\ -1/2,\ 0)\ (1/2,\ -1/2,\ 0)\ (1/2,\ -1/2,\ 0)$$

$$S_c = (0,\quad 0,\ -1)\ (0,\quad 0,\ -1)\ (0,\quad 0,\ -1)$$

$$SU(3) \qquad SU(3) \qquad SU(3)$$

$$\xleftrightarrow{\qquad\text{flavor}\qquad}$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \qquad \Big\} I^3 = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} : SU(2)$$

第１世代　第２世代　第３世代

と分類される。ここに現れる

- 分類上の $SU(2)$ と $SU(3)$ を用いて、素粒子の相互作用が決められる

ことを次章で学ぶ。

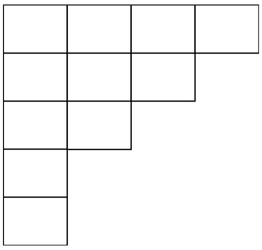
2001 年の丹生らによる名古屋大学グループ電子乾板による発見まで待つことになる。

Appendix ヤング図

ヤング図を使って表現の次元を求める方法を説明する。例として、基本表現が n 成分持つ場合を考える。そのとき、

- 基本表現：$q=\begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix}$を$\square$で表す

方法をヤング図の方法という。この$\square$を用いて作った

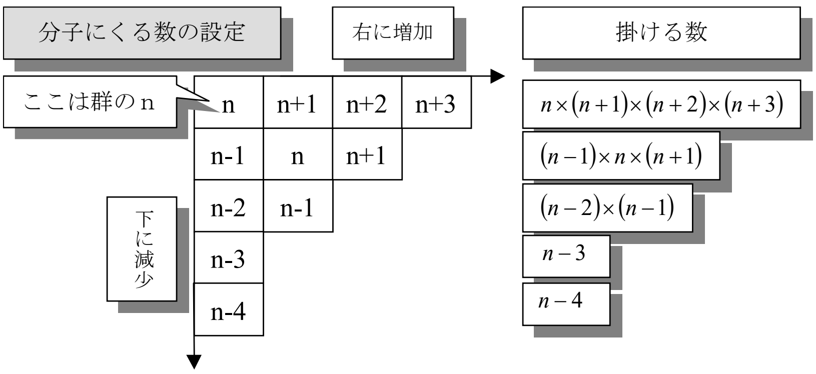


$$=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)\times(n-1)n(n+1)\times(n-2)(n-1)\times(n-3)\times(n-4)}{(8\times5\times3\times1)\times(6\times3\times1)\times(4\times1)\times(2)\times(1)} \tag{0.29}$$

を考えよう。この成分の数は右辺に計算してある。ここで

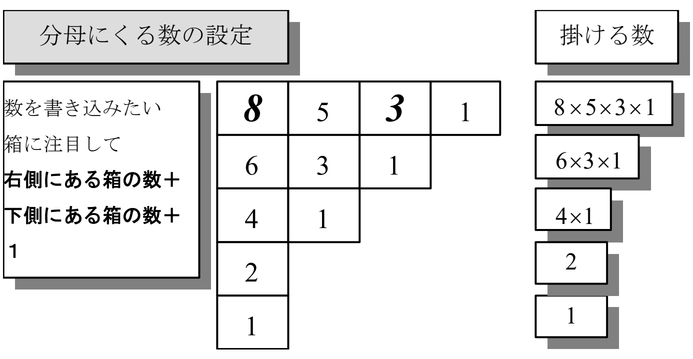
- この表現が規約表現かどうかは、$SO(n), SU(n)$等の群による

ことに注意しよう。まず分子の数は、



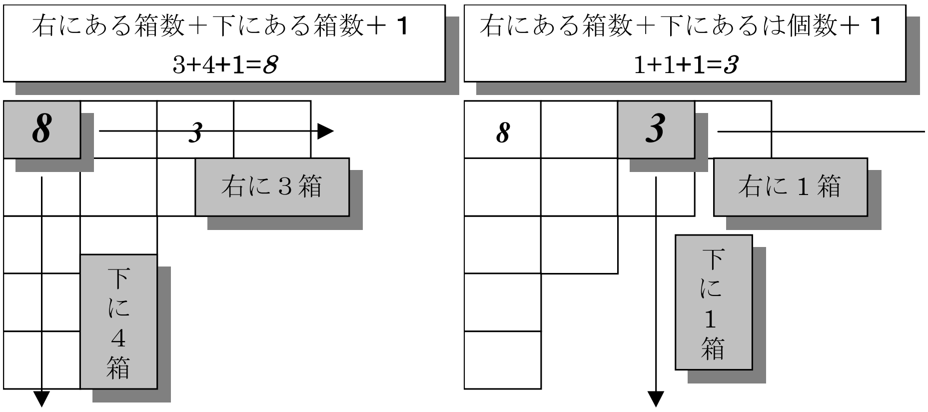
(0.30)

のようにして求める。つぎに分母の数は、注目する箱の１つ１つに



(0.31)

のように書き込む。求め方の例として、最上段の箱の「***8***」と「*3*」の場合に、この「***8***」と「*3*」を出すには・・・



(0.32)

と計算することになる。以上から、

$$\text{分子}=n(n+1)(n+2)(n+3)\times(n-1)n(n+1)\times(n-2)(n-1)\times(n-3)\times(n-4)$$

$$\text{分母}=(8\times5\times3\times1)\times(6\times3\times1)\times(4\times1)\times(2)\times(1) \tag{0.33}$$

ゆえに、

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & \\ \hline & & \\ \cline{1-3} & \\ \cline{1-2} \\ \cline{1-1} \\ \cline{1-1} \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline n & n+1 & n+2 & n+3 \\ \hline n-1 & n & n+1 \\ \cline{1-3} n-2 & n-1 \\ \cline{1-2} n-3 \\ \cline{1-1} n-4 \\ \cline{1-1} \end{array} \Bigg/ \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 8 & 5 & 3 & 1 \\ \hline 6 & 3 & 1 \\ \cline{1-3} 4 & 1 \\ \cline{1-2} 2 \\ \cline{1-1} 1 \\ \cline{1-1} \end{array} \tag{0.34}$$

$$=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)\times(n-1)n(n+1)\times(n-2)(n-1)\times(n-3)\times(n-4)}{(8\times5\times3\times1)\times(6\times3\times1)\times(4\times1)\times(2)\times(1)}$$

がこの表現の次数である。

ここで $SU(3)$ の場合に・・・

$$q = \boxed{} \tag{0.35}$$

$$\boxed{2}\boxed{1} = \left.\frac{n(n+1)}{(2\times1)}\right|_{n=3} = \frac{3\times4}{2} = 6 \tag{0.36}$$

$$\begin{array}{|c|}\hline 2 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} = \left.\frac{n(n-1)}{(2)\times(1)}\right|_{n=3} = \frac{3\times2}{2} = 3 \tag{0.37}$$

$$\begin{array}{|c|c|}\hline 3 & 1 \\ \hline 1 & \multicolumn{1}{c}{} \\ \cline{1-1}\end{array} = \left.\frac{n(n+1)(n-1)}{(3\times 1)\times(1)}\right|_{n=3} = \frac{3\times 4\times 2}{3} = 8 \tag{0.38}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = \left.\frac{n(n+1)(n+2)}{(3)\times(2)\times(1)}\right|_{n=3} = \frac{3\times 4\times 5}{6} = 10 \tag{0.39}$$

とそれぞれの表現の次元がわかる。また、

$$\left.\begin{array}{|c|}\hline \text{n-1} \\ \hline \multicolumn{1}{c}{\vdots} \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}\right\}\text{n-1個の箱} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots 2}{(n-1)(n-2)\times\cdots\times(1)} = n \tag{0.40}$$

より、これもn次元である。実際には、

$$\begin{array}{|c|}\hline \quad \\ \hline \end{array}^{\,*} = \left.\begin{array}{|c|}\hline \quad \\ \hline \multicolumn{1}{c}{\vdots} \\ \hline \quad \\ \hline \end{array}\right\}\text{n-1個の箱} \tag{0.41}$$

であることが知られている。つまり、反クォークq^Cの変換性：

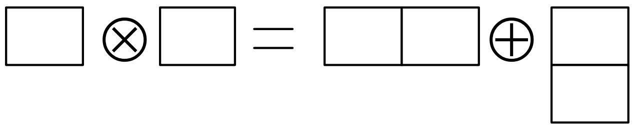
$$q^C = \left.\begin{array}{|c|}\hline \quad \\ \hline \multicolumn{1}{c}{\vdots} \\ \hline \quad \\ \hline \end{array}\right\}\text{n-1個の箱} \tag{0.42}$$

である。また、変換しない一重項は、

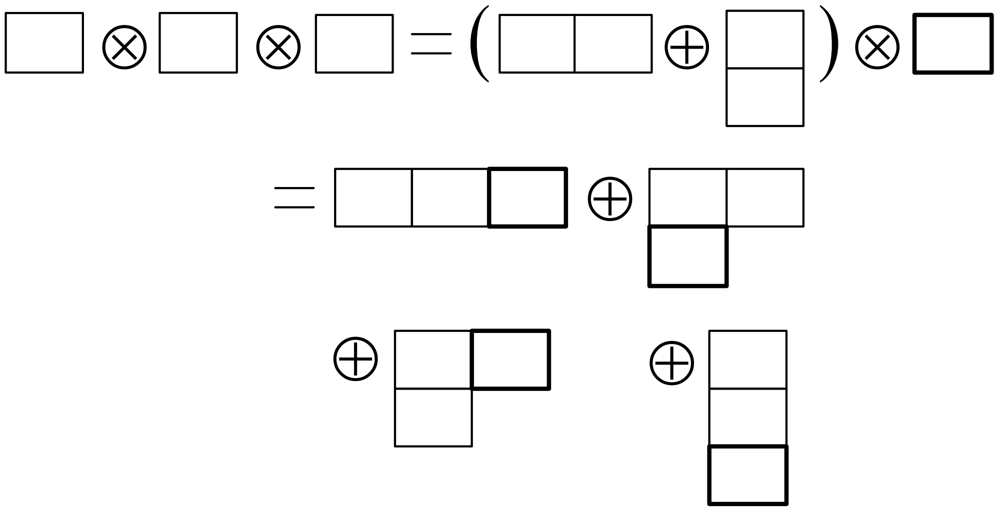
$$\left.\begin{array}{|c|}\hline \text{n} \\ \hline \multicolumn{1}{c}{\vdots} \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}\right\}\text{n個の箱} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1}{(n)(n-1)\times\cdots\times(1)} = 1 \tag{0.43}$$

で与えられる。

かけ算のルールは



(0.44)



(0.45)

のように与えられる（問題１２）。

第０章問題

１）**2** 表現の $SU(2)$ の変換が $\begin{pmatrix} p' \\ n' \end{pmatrix} = \exp\left(i\theta\frac{\tau}{2}\right)\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$ で表され、その複素共役の $\mathbf{2}^*$ 表現が、

$\begin{pmatrix} n^C \\ p^C \end{pmatrix} = G\begin{pmatrix} p^* \\ n^* \end{pmatrix} = i\tau^2\begin{pmatrix} p^* \\ n^* \end{pmatrix}$ で表される事を用いて、$\begin{pmatrix} n^{C\prime} \\ p^{C\prime} \end{pmatrix} = \exp\left(i\theta\frac{\tau}{2}\right)\begin{pmatrix} n^C \\ p^C \end{pmatrix}$ を導け。従って、

2 と $\mathbf{2}^*$ は同じ変換性をする。つまり、$\mathbf{2}^* = \mathbf{2}$ である。[2]

２）(0.4)において、$\pi^{\pm,0}$ と η^0 を陽子や中性子（とそれらの反粒子）で表せ。

３）Appendix を参照して、(0.9)を導け。

４）スピン1/2の 3 体系の持つスピンはいくつか？

５）Appendix を参照して、(0.13)を導け。

６）(0.17)において、

Ａ）陽子が uud で表される事を用いて、u,d クォークの電荷を求めよ。

Ｂ）Λ^0 が uds で表される事を用いて、s クォークの電荷を求めよ。

Ｃ）(0.11)がクォークと反クォークで表されるので、**8** の状態を $u.d.s$ とその反クォークで表せ。S の値と電荷に着目せよ。

Ｄ）(0.14)がクォーク３体で表されるので、**8** の状態を $u.d.s$ で表せ。S の値と電荷に着目せよ。

Ｅ）(0.18)がクォーク３体で表されるので、**10** の状態を $u.d.s$ で表せ。S の値と電荷に着目せよ。

７）(0.19)及びその帰結の理由を説明せよ。

８）2 体の場合に適用すると、

Ａ）s_α $(\alpha = 1,2)$ それぞれのスピンが $J_z = 1/2$ であると、全体でスピン１のとき、

$s_\alpha s_\beta\big|_{\alpha\leftrightarrow\beta\text{で完全対称}(J=1)}$ $(\alpha,\beta:\text{スピン})$ は、存在できないことを示せ。

Ｂ）$s_{a\alpha}$ $(\alpha = 1,2;\ a = 1,2,\cdots)$ を用いてカラー（a）について完全反対称にするにはカラーの数は２（$a = 1,2$）であり、$s_{a\alpha}s_{b\beta}\Big|_{\substack{a\leftrightarrow b\text{で完全反対称} \\ \alpha\leftrightarrow\beta\text{で完全対称}(J=1)}}$ はゼロにならないことを示せ。

９）それぞれのクォークが生成されたときに R を計算し一致することを示せ。

１０）top クォークがどのようにして発見されたかを述べよ。

１１）６種類のクォークの質量を調べて記述せよ。

１２）Ａ）$\square = n$ のときに、(0.44)を次元間の等式（例えば、$2n = n+1 \oplus n-1$）にせよ。

2　正確には、$\begin{pmatrix} n^C \\ p^C \end{pmatrix} = CG\begin{pmatrix} \overline{p} \\ \overline{n} \end{pmatrix} = Ci\tau^2\begin{pmatrix} \overline{p} \\ \overline{n} \end{pmatrix}$ $\left(C\gamma^\mu C^{-1} = -\gamma^{\mu T}\right)$ である。

B） $\boxed{}=3$のときに、(0.45)を次元間の等式にせよ。