

第4章 ニュートリノ振動：実験

概要

ここでニュートリノの観測がどのように行われるか見てみる。ニュートリノは、

- 弱い相互作用を通じて生成

される。ニュートリノが生成されると常に、電子などを伴い、その性質は、

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \dots 0$$



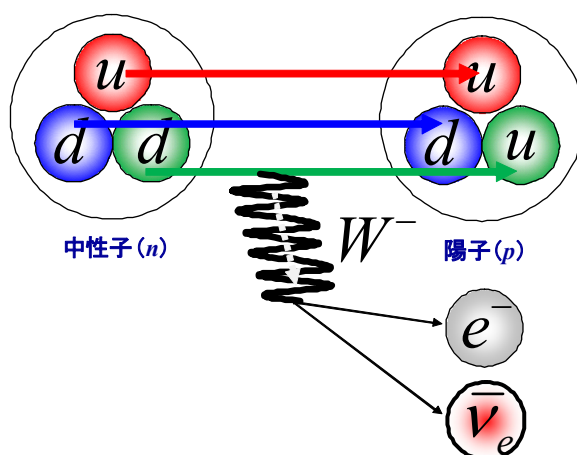
のように、

- 電子などと 2 つで一組になって表記 ($SU(2)$ 群に属すると言われる)

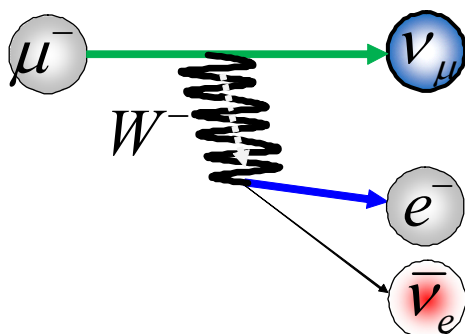
される事で強調されている。そのため、

- 生成されるニュートリノ： $(\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau)$ は、それぞれ、 $(e^- \ \mu^- \ \tau^-)$ を伴って生成される

➤ ν_e 生成（太陽内部や原子炉内部）： $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$



➤ ν_μ 生成（地球大気内）： $\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$ （や $\mu^+ \rightarrow \nu_\mu + e^+ + \nu_e$ ）



になる。ニュートリノが飛行する場合には、ニュートリノは、決まったエネルギーを持ちで

- 量子力学に従う状態として飛行

する。その状態は

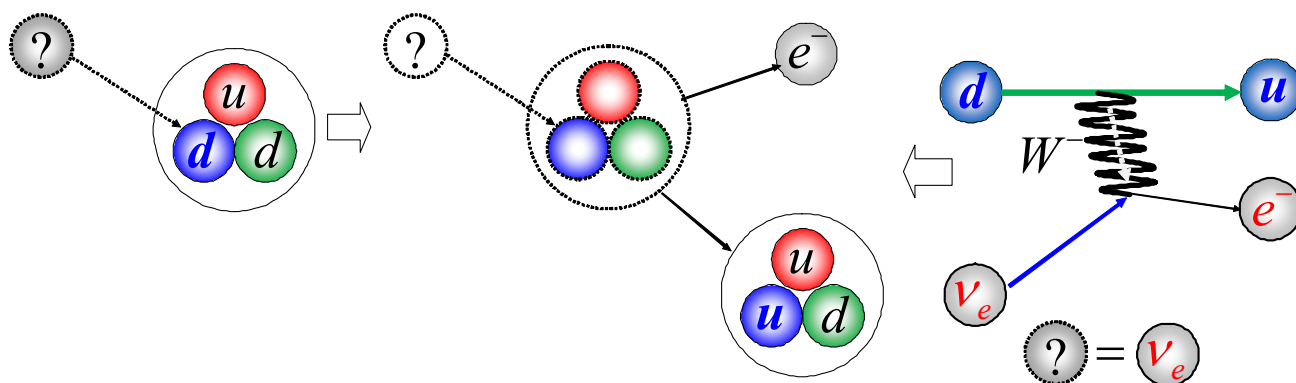
- 飛行するニュートリノ： $(\nu_1 \ \nu_2 \ \nu_3)$

と表す。そして、ニュートリノ観測器で検出されるとやはり弱い相互作用を通して検出され、

- 観測されるニュートリノ： $(\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau)$

になる（問題 1）。ニュートリノは中性なので、現在使用されている観測機器では直接見る事ができないが、

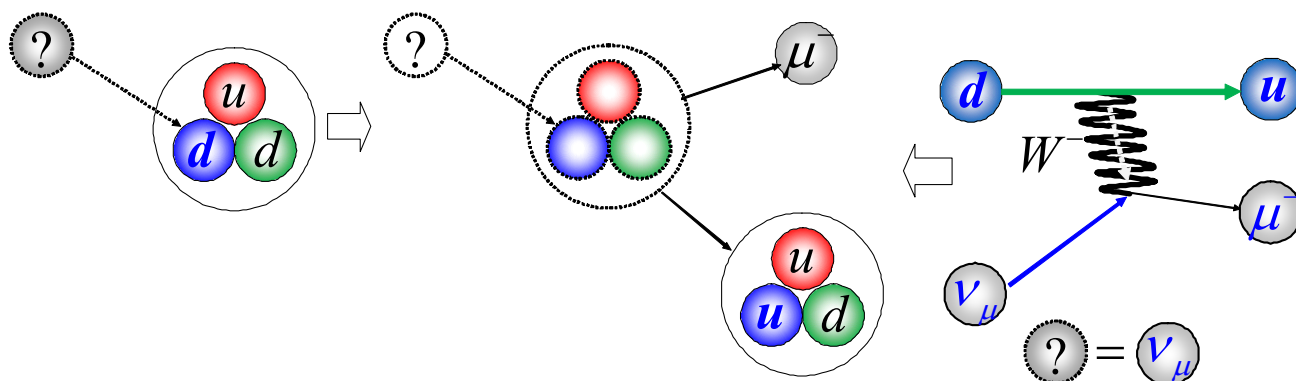
● 突然、電子などが現れる現象を探す事で、間接的にニュートリノを見つける事になる。つまり、例えば、原子核にある中性子： udd が陽子 uud に変化する際に



の場合は、

- 電子 e^- が現れるので、ニュートリノは ν_e である

と観測され、

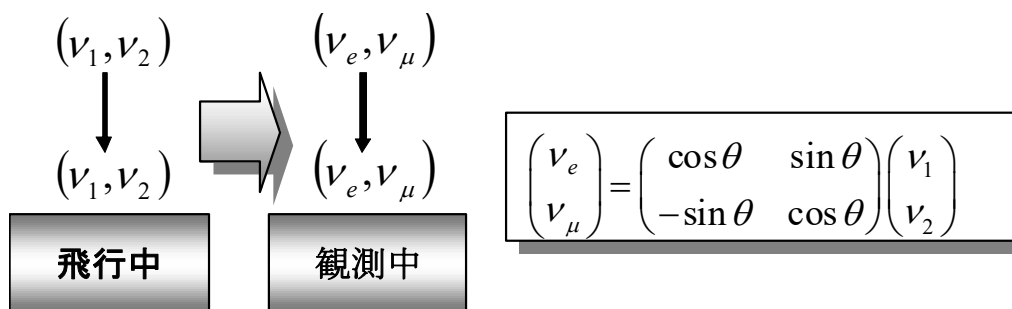


の場合は、

- ミュー粒子 μ^- が現れるので、ニュートリノは ν_μ である

と観測される。飛行するニュートリノ $\nu_{1,2,3}$ と観測されるニュートリノ $\nu_{e,\mu,\tau}$ との関係は、 $\nu_{1,2}$ と

$\nu_{e,\mu}$ の 2 種類に限定した場合には、【第 3 章 ニュートリノ振動：理論】での式：



として記述される。これは、実際の 3 つの場合に拡張されて、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\tau \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & \sin \theta_{13} \\ -\sin \theta_{13} & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.1)$$

に対応した

- 3 つの混合角 $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$.

が現れる。そして、飛行中と観測中の関係は、

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

で記述される。最新のじっけん結果は、混合角の数値として、大雑把に

$$\begin{cases} \sin^2 \theta_{12} = 0.3 \\ \sin^2 \theta_{23} = 0.45 \\ \sin^2 \theta_{13} = 0.025 \end{cases}$$

の辺りである。この時、

- $\sin^2 \theta_{13} = 0.025$ の値が、他の 2 つに比べて極端に小さい事が特徴

である。最先端のニュートリノ物理学では

- 「何故、 $\sin^2 \theta_{13} = 0.025$ が極端に小さいか？」の理由を見つけるのも緊急の課題

になっている。このように、飛行中のニュートリノ $(\nu_1 \ \nu_2 \ \nu_3)$ と $(\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau)$ がずれている

ので、観測時の $(\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau)$ は、もとのニュートリノの状態からずれる。これがニュートリノ振動という現象として認識される（問題 2）。

振動を示す実験

1) 大気ニュートリノ観測(検証済データ)

SuperKimokande 1998

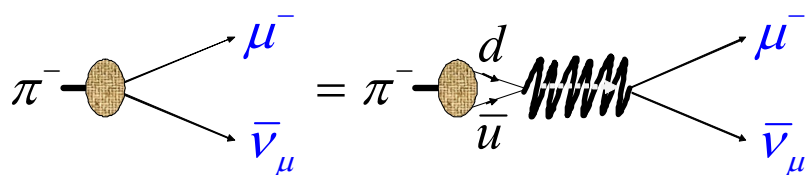
大気中で宇宙線との相互作用から生成されるパイ中間子の弱い相互作用による崩壊

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (4.3)$$

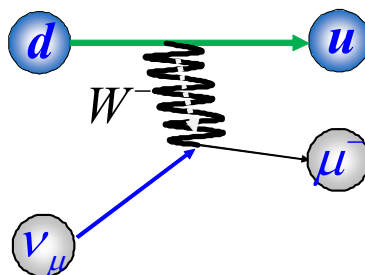
で生成される。ここで、

- π^+ は、 u -クォークと反 d -クォークでできている

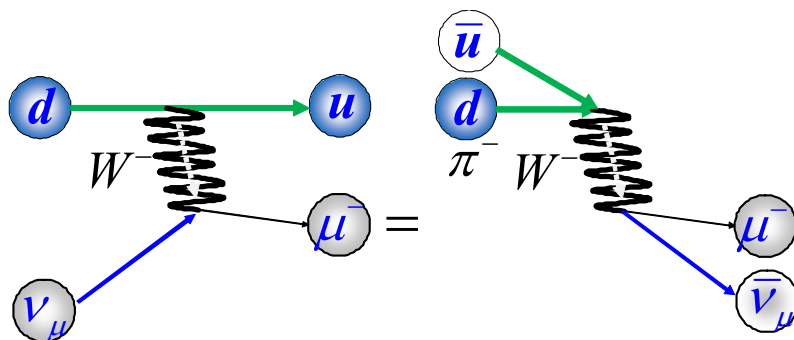
ので、 $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ の例では、



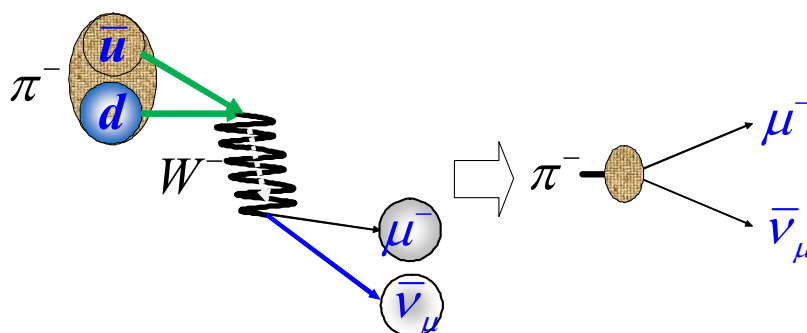
のように、反応が進む。この反応は、クォークを用いた基本の相互作用：



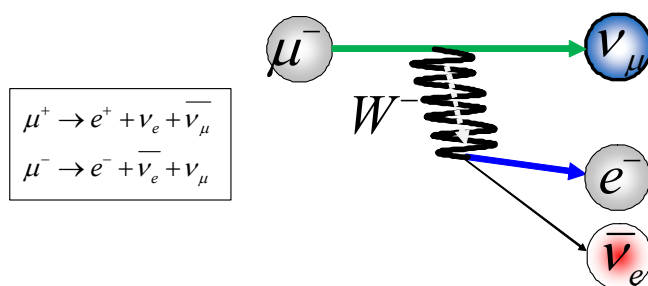
から u と ν_e のラインを反転した図で表され



$\bar{u}d$ が最終的に、 π^+ になり、 $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$:



として、崩壊が進む。崩壊で出てきたミュー中間子 μ^- は更に電子と電子ニュートリノとミューニュートリノに崩壊する（問題 3）。



その結果、

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ &\swarrow \\ &\searrow \\ &\rightarrow e^+ + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}\tag{4.4}$$

の反応から生成されるニュートリノの数は

$$\frac{\text{ミューニュートリノ} + \text{反ミューニュートリノ}}{\text{電子ニュートリノ}} = 2\tag{4.5}$$

が期待される。実験ではこの比を検証する。

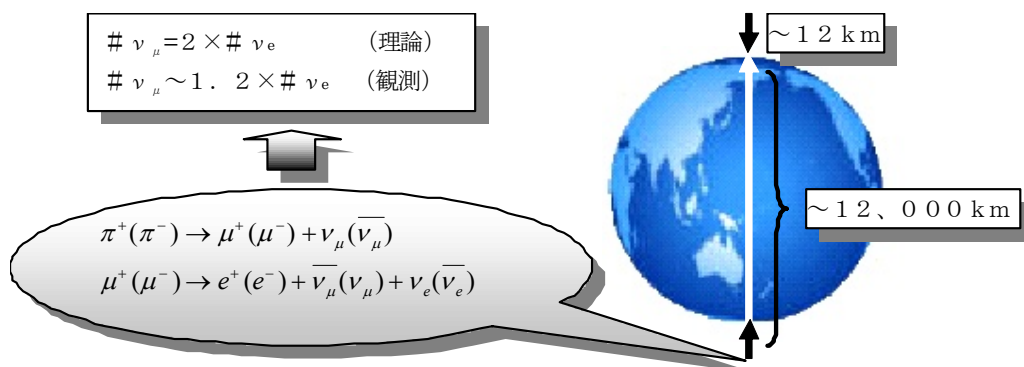
神岡の検出器は地下にあるが地球スケールからはほとんど地表である。その検出器でこの大気で生成されるニュートリノを観測した。大気ニュートリノは上空約 12 km で生成される。そして、下方から地球を貫いてくるニュートリノの比が理論から期待される値 2 より減少して

$$\left. \frac{\text{ミュー(ニュートリノ} + \text{反ニュートリノ)}}{\text{電子ニュートリノ}} \right|_{\text{観測}} \approx 1.2\tag{4.6}$$

であることがわかった（実験データは次ページ）。これは、

- 電子ニュートリノが増えたか
 - ミューニュートリノが減ったか
- のどちらかである。他の解析とともに結局
- **ミューニュートリノが減少**

であることがわかる。



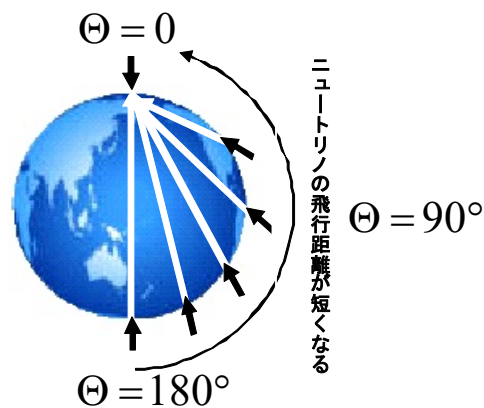
一方、上方からくるニュートリノの比は、ほぼ理論通り比率が 2 に対応することも確認されている。以上から、大気ニュートリノは、

- 上方からくるニュートリノ ($L = \text{約}12\text{km}$ 飛行) の比は、**ほぼ理論予測通り**
- 下方からくるニュートリノ ($L = \text{約}12000\text{km}$ 飛行) の比は、**理論予測のほぼ $1/2$**

が実験事実として与えられる。これは神岡から観測しての上下であるので、地球に対しての言葉で表わすと、

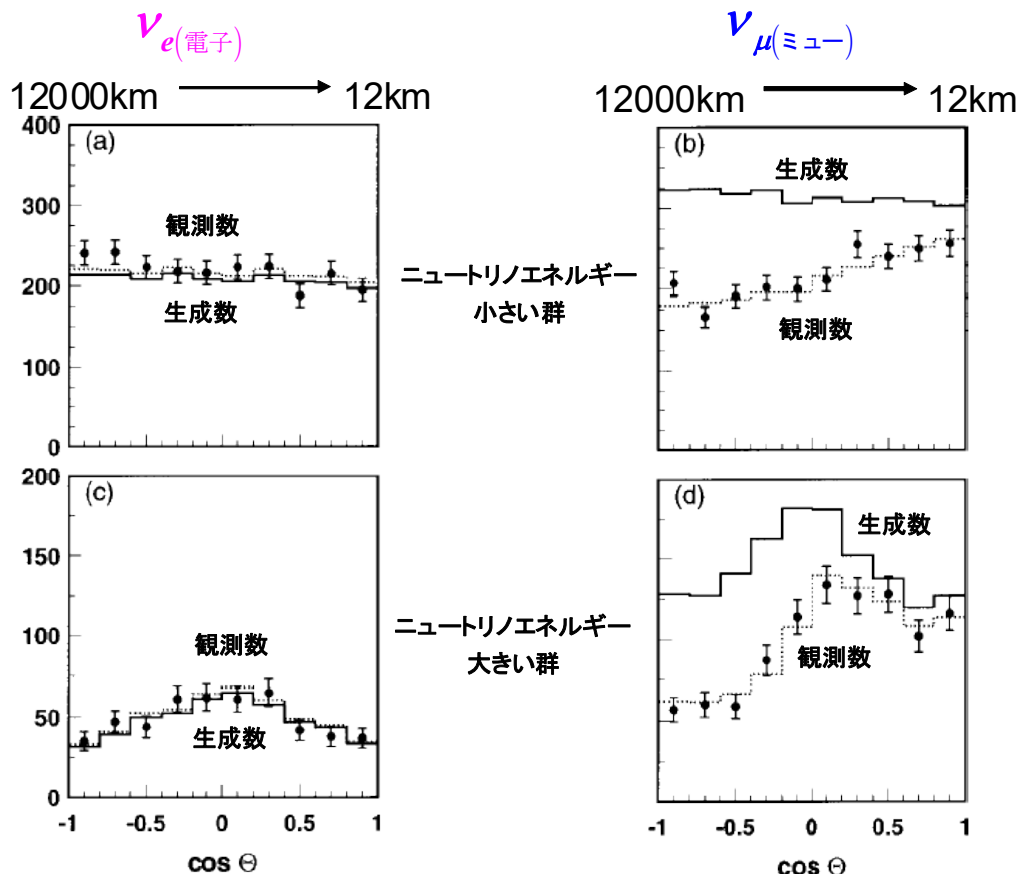
- **地表でのニュートリノの比はほぼ理論予測通り**
- **地球内部を通過してくるニュートリノの比は理論予測のほぼ $1/2$**

になる。更に、距離ごとに観測値を調べると



(4.7)

図のように下方に行くに連れニュートリノの飛行距離が上がり、徐々に ν_μ の損失が大きくなり、**最大の飛行距離のところで約半分が損失**することが示された。



その結果、

$$P(\nu_\mu \rightarrow ?) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow ?) \approx 0.5 \quad (4.8)$$

である。

【第 3 章 ニュートリノ振動：理論】より、 $P(\nu_\mu \rightarrow ?) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow ?)$ の値として・・・

$$P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \quad (4.9)$$

で与えられているので（9 ページ以降のグラフを参照）

$$1) \quad \frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} [\text{単位は rad}] \gg \mathcal{O}(1) \text{ の時 } (\Delta m^2 (\text{eV}^2) \gg \frac{E (\text{MeV})}{L (\text{m})}) :$$

激しく振動しすぎて平均値が観測： $P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t) \leq \frac{1}{2}$ のときのみ適用可能

$$\triangleright P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \overbrace{\sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right)}^{\boxed{\text{平均} \frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \leq \frac{1}{2}$$

$$2) \quad \frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} = \mathcal{O}(1) \quad (\Delta m^2 (\text{eV}^2) \approx \frac{E (\text{MeV})}{L (\text{m})}) \text{ の時} :$$

偶然にも絶妙な距離で観測：どんな減少の割合にも適用できる

$$\triangleright P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \overbrace{\sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right)}^{\boxed{\text{約} 1}} \doteq \sin^2 2\theta \leq 1$$

$$3) \quad \frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \ll \mathcal{O}(1) \quad (\Delta m^2 (\text{eV}^2) \ll \frac{E (\text{MeV})}{L (\text{m})}) \text{ の時} :$$

ほとんど減少しないので、振動は観測にかからない

$$\triangleright P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \overbrace{\sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right)}^{\boxed{\text{約} 0}} \doteq 0$$

であった。 $P(\nu_\mu \rightarrow ?) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow ?) \approx 0.5$ の場合は、1) と 2) である。**可能なのは、2)** であり、大雑把に

$$\boxed{\frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L_{\text{下方}} [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \Delta m^2 [\text{eV}^2] \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \frac{\pi}{2 \times 1.27} \frac{E [\text{MeV}]}{L_{\text{下方}} [\text{m}]} \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \frac{\pi}{2 \times 1.27} \frac{E [\text{MeV}]}{L_{\text{下方}} [\text{m}]} \approx 1 \frac{E [\text{MeV}]}{L_{\text{下方}} [\text{m}]}$$

$$P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L_{\text{下方}} [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi}{2} = \sin^2 2\theta \approx \boxed{0.5}^{\text{実験データ}} \quad (4.10)$$

で記述できる。つまり、ニュートリノの質量 2 乗差 Δm^2 として

$$\frac{1.27\Delta m^2[\text{eV}^2]L_{\text{下方}}[\text{m}]}{E[\text{MeV}]} \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\Delta m^2[\text{eV}^2]L_{\text{下方}}[\text{m}]}{E[\text{MeV}]} \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} 1 \quad (4.11)$$

より

$$\boxed{\Delta m^2[\text{eV}^2] \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \frac{E[\text{MeV}]}{L_{\text{下方}}[\text{m}]}} \quad (4.12)$$

と計算できる。

一般的には、1) の場合の

$$\Delta m^2[\text{eV}^2] \gg \frac{E[\text{MeV}]}{L[\text{m}]} : P_{\nu_\mu \rightarrow ?}(t) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \approx 0.5 \Rightarrow \sin^2 2\theta \approx 1.0 \quad (4.13)$$

でも $P(\nu_\mu \rightarrow ?) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow ?) \approx 0.5$ を得る事ができるが、

● 上方からくる場合に振動が起きてない
ので、その条件は、3) の

$$\Delta m^2 \ll \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{上方}}(\text{m})} \quad (4.14)$$

になる。また、

● 下方からくる場合に振動が起きている
ので、その条件が 1) の

$$\Delta m^2(\text{eV}^2) \gg \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{下方}}(\text{m})} \quad (4.15)$$

である。つまり、条件として、

$$\frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{下方}}(\text{m})} \ll \Delta m^2 \ll \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{上方}}(\text{m})} \quad (4.16)$$

ところで、実験では、

$$\begin{aligned} L_{\text{上方}} &\doteq 12000 \\ L_{\text{下方}} &\doteq 12000 + \text{地球の直径} \doteq 12000000 \end{aligned} \quad (4.17)$$

なので、

$$\begin{aligned} \frac{1}{L_{\text{上方}}} &\doteq \frac{1}{12000} \doteq 8 \times 10^{-4} \\ \frac{1}{L_{\text{下方}}} &\doteq \frac{1}{12000000} \doteq 8 \times 10^{-8} \end{aligned} \quad (4.18)$$

従って

$$8 \times 10^{-8} \ll \frac{\Delta m^2}{E(\text{MeV})} \ll 8 \times 10^{-4} \quad (4.19)$$

どこかに、(4.10) になる

$$\Delta m^2 \approx \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{丁度}}(\text{m})} \quad (4.20)$$

なる L があることになる。この $L_{\text{丁度}}$ は、(4.19)より

$$8 \times 10^{-8} \ll \frac{1}{L_{\text{丁度}}} \ll 8 \times 10^{-4}$$

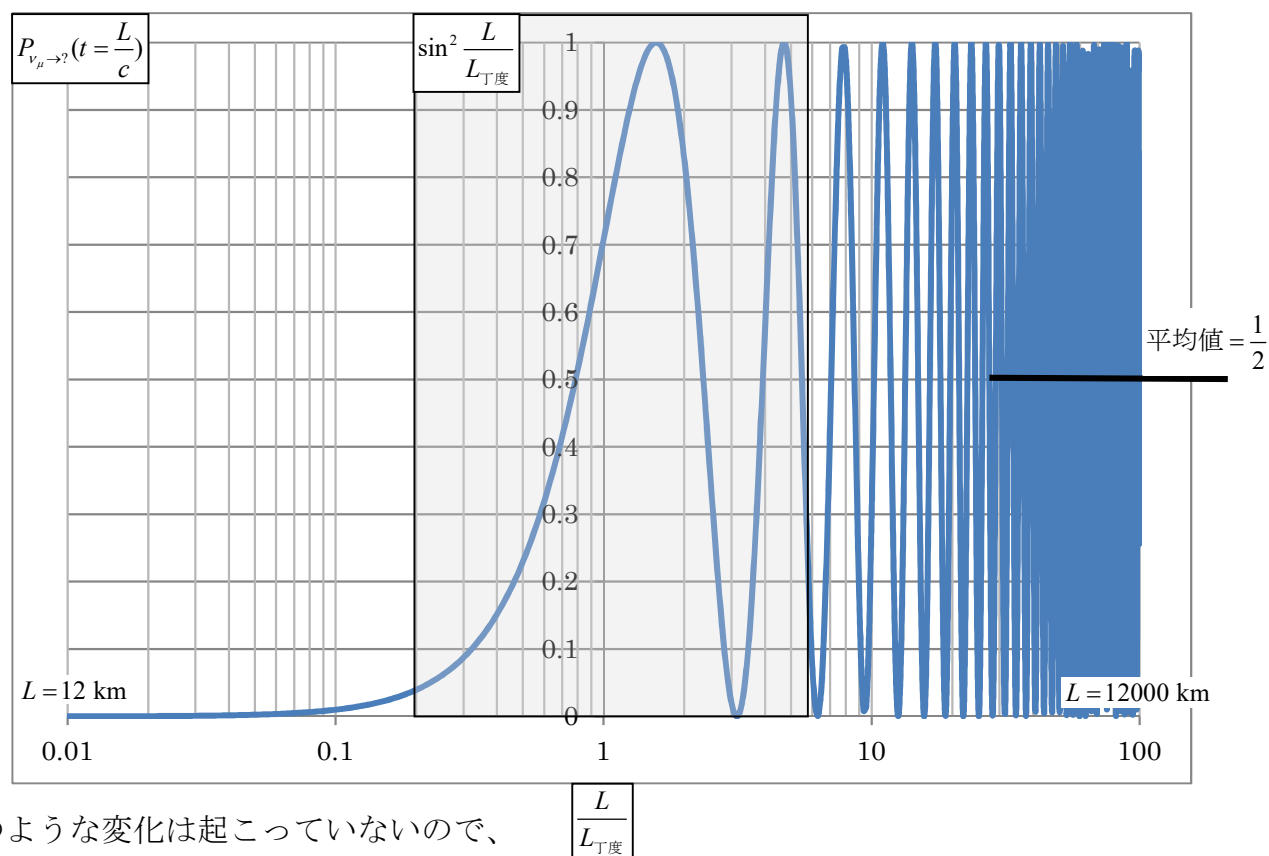
を満たす。例えば、 $1/L_{\text{丁度}} \doteq 8 \times 10^{-6}$ 、つまり $L_{\text{丁度}} \doteq 130000 \text{ km}$ （問題 4）である。h、

$$P_{\nu_{\mu} \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{E [\text{MeV}]} \right) \quad (4.21)$$

より、(4.20)を用いて

$$P_{\nu_{\mu} \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c}) \stackrel{\text{大雑把に}}{\approx} \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{L}{L_{\text{丁度}}} \Leftarrow \frac{1}{100} \quad (L_{\text{上方}} \doteq 12000 \text{ m}) \leq \frac{L}{L_{\text{丁度}}} \leq 100 \quad (L_{\text{下方}} \doteq 12000000 \text{ m}) \quad (4.22)$$

を得る。そのため、距離 $L_{\text{丁度}}$ の近辺で **sin カーブ特有の変化**が起こるはずである（問題 5）：



そのような変化は起こっていないので、

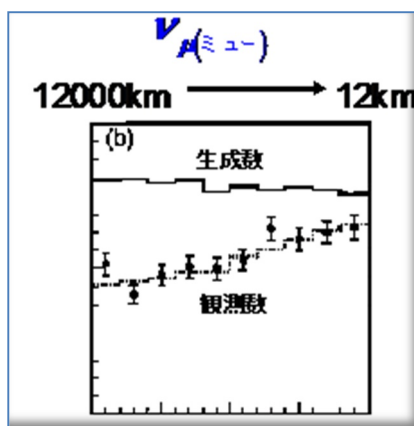
$$\Delta m^2 \gg \frac{E(\text{MeV})}{L_{\text{下方}}(\text{m})} \text{ は不適} \quad (4.23)$$

になる。

ν_{μ} の損失が大きくなり、最大の飛行距離のところで約半分が損失

このカーブを $P_{\nu_{\mu} \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c})$ から、「 ν_{μ} の損失」を表す $P_{\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\mu}}(t = \frac{L}{c}) = 1 - P_{\nu_{\mu} \rightarrow ?}(t = \frac{L}{c})$ に変えて描い

てみる。実験データは



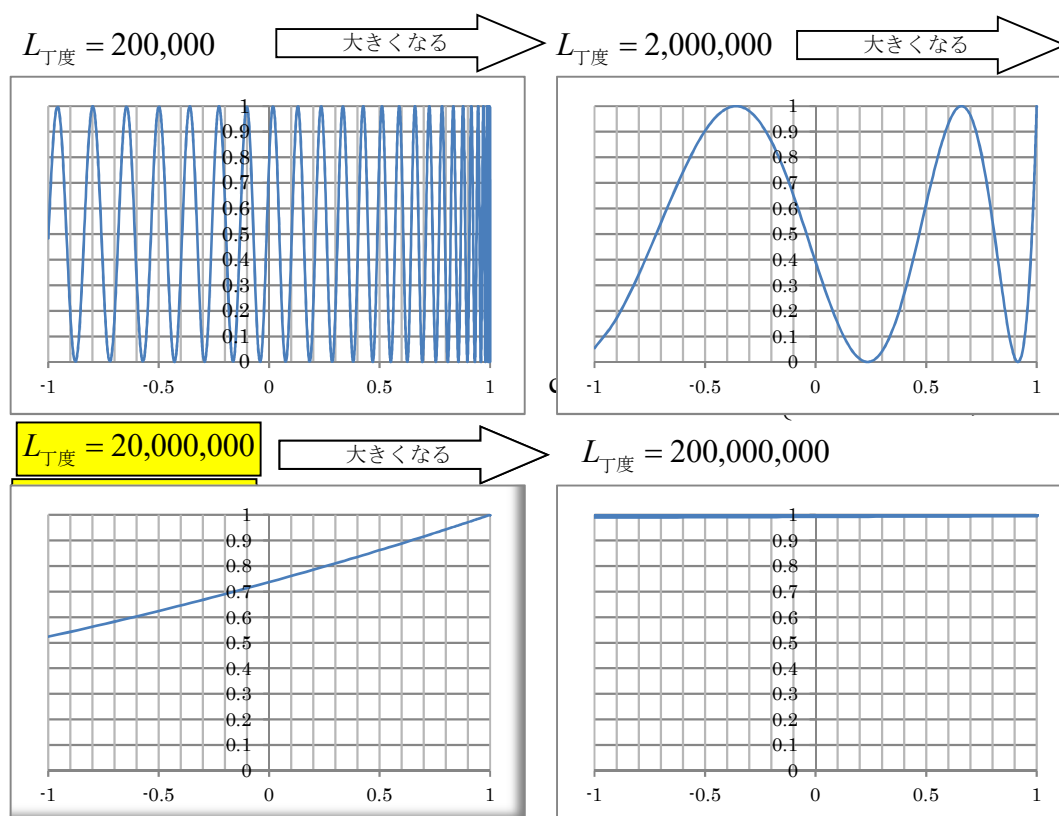
である。「下方から地球を貫通してくる ν_μ の数が約半分に減る」。

理論の予言値： $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu}(t = \frac{L}{c})$ は、

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 c^3 L}{4E\hbar} \right) \Leftarrow \hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} \left(\text{fm} = 1 \times 10^{-15} \text{ m} \right)$$

$$= 1 - \overbrace{\sin^2 2\theta}^{=1 \text{ とする}} \sin^2 \left(\frac{L[\text{m}]}{L_{\text{丁度}}} \right) = 1 - \sin^2 \left(\frac{L[\text{m}]}{L_{\text{丁度}}} \right) \Leftarrow L_{\text{丁度}} = \frac{E[\text{MeV}]}{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2]}$$

と計算されるので、そのグラフは $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = 1 - \sin^2 \left(\frac{L[\text{m}]}{L_{\text{丁度}}} \right)$ より、仮に $L_{\text{丁度}} = 200,000 \text{ m}$ とし



11/12 平成 29 年 3 月 25 日午前 10 時 56 分 第 4 章 ニュートリノ振動：実験（学部 3 年次秋学期向）
になる。このなかで、実験データの傾向を再現するのは

$$L_{\text{丁度}} = 20,000,000 \text{ m } (= 20,000\text{km})$$

であるので、：

$$L_{\text{丁度}} = \frac{E[\text{MeV}]}{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2]}$$

より $\Delta m^2 [\text{eV}^2]$ を求められ

$$\text{大気ニュートリノ} : E[\text{MeV}] = \text{数 GeV} = 5 \times 10^3 \text{ MeV}$$

を代入して、

$$L_{\text{丁度}} = 20,000,000 = \frac{E[\text{MeV}]}{1.27 \Delta m^2 [\text{eV}^2]} \Rightarrow \Delta m^2 = \frac{E[\text{MeV}]}{1.27 \times \boxed{20,000,000}} = 2 \times 10^{-4} \text{ eV}^2$$

のように決定される。

このようなグラフが無くても、 $L(\text{m})$ 対 $\frac{\Delta m^2}{E(\text{MeV})}$ の場合分けから決定される。今の場合、

$L(\text{m}) \sim \frac{\Delta m^2}{E(\text{MeV})}$ を用いることになる。走る距離 $L(\text{m})$ は、最大地球の直径の約 1 2 0 0 0 k

m である。またニュートリノのエネルギーは数 GeV ($\text{GeV} = 10^3 \text{ MeV}$) なので、

$$L = 1 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0 \text{ km}$$

$$E = \text{数 GeV} \tag{4.1}$$

を用いると、グラフからの結果と、ほぼ同じ

$$\Delta m^2 \sim \frac{E(\text{MeV})}{L(\text{m})} = \frac{10^3}{1.3 \times 10^7} \text{ 数 MeV} = \mathcal{O}(\text{数} \times 10^{-4} \text{ eV}^2) \tag{4.2}$$

なる。従って

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta &\approx 0.5 \\ \Delta m^2 &= \mathcal{O}(\text{数} \times 10^{-4} \text{ eV}^2) \end{aligned} \tag{4.3}$$

とすると、ニュートリノの質量として

$$m_\nu = \mathcal{O}(10^{-2} \text{ eV}) \tag{4.4}$$

になる。実際に、データを詳しく解析すると、(4.3)は改良されて

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta &= 0.99 \\ \Delta m^2 &= 2.4 \times 10^{-3} \text{ (eV}^2\text{)} \end{aligned} \tag{4.5}$$

が最適解になる。

第四章問題

- 1) $(\nu_{eL} \ \nu_{\mu L} \ \nu_{\tau L})$ の状態は、どのように決められるかを説明せよ。
- 2) クォークにも同様の現象がある。どのような現象か説明し、クォーク振動とは呼ばないのは何故かを説明せよ。
- 3) 図を参照して、 $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$ と $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ の崩壊現象に関与する相互作用項を標準模型のラグランジアンの中から抜き出せ。
- 4) この距離の時、(4.7) から角度 Θ を求めよ。
- 5) なぜ $\sin$ カーブ特有の変化が起こると期待するかを説明せよ。
- 6) パイ中間子のニュートリノへの崩壊モードを調べ、30%程度の ν_e がパイ中間子の崩壊から供給されないことを説明せよ。